

THAS コンクリート構成モデルの定式化と数値計算アルゴリズム

清水建設技術研究所 正会員 長谷川 俊昭

1. はじめに

著者は鉄筋コンクリート構造物に生じる多方向ひび割れを精度よく解析するために THAS コンクリート構成則 (Toshiaki HASegawa Concrete Constitutive Law / Total-strain-based Hasegawa's Concrete Constitutive Law with Average Elastic Strain) を提案しその理論を示した¹⁾。THAS コンクリート構成モデルでは、ひび割れの発生にともない疑似直交ひび割れ座標系を次々と生成していくため、また非直交ひび割れの発生を分岐経路として計算しその安定性を熱力学問題として検討するため、その構成関係の定式化ならびに数値計算アルゴリズムは高い robust 性と精密性および計算精度が要求される。本論文では疑似直交ひび割れ座標系と直交異方性非線形弾性の構成関係に基づく非直交の多方向ひび割れに関する THAS コンクリート構成モデルの定式化と数値計算アルゴリズムについて述べる。

2. 構成関係の定式化

THAS モデルでは全体座標系の全応力テンソル σ_{ij} が疑似直交ひび割れ座標系 ci の弾性ひずみを用いなくとも全応力テンソル t_{ij}^{ci} を直接平均化することによっても求解できることが示されている。すなわち THAS モデルの割線構成関係、同様に接線構成関係は式 (1) および式 (2) のように表現される。ここで α_{ij}^{ci} : 全体座標系に対する疑似直交ひび割れ座標系 ci の方向余弦テンソル; n_c : 疑似直交ひび割れ座標系の総数; ε_{kl} : 全体座標系の全ひずみテンソル; F_{ijkl}^{ci} と C_{ijkl}^{ci} : 疑似直交ひび割れ座標系 ci の割線剛性テンソルと接線剛性テンソル。疑似直交ひび割れ座標系の割線構成関係と接線構成関係は式 (3) と式 (4) で表され、 s_{kl}^{ci} は疑似直交ひび割れ座標系 ci における全ひずみテンソルである。

$$\sigma_{ij} = H_{ijkl} \varepsilon_{kl} = \sum_{ci=1}^{n_c} \alpha_{it}^{ci} \alpha_{ju}^{ci} F_{turs}^{ci} \alpha_{kr}^{ci} \alpha_{ls}^{ci} \varepsilon_{kl} / n_c \quad (1); \quad d\sigma_{ij} = D_{ijkl} d\varepsilon_{kl} = \sum_{ci=1}^{n_c} \alpha_{it}^{ci} \alpha_{ju}^{ci} C_{turs}^{ci} \alpha_{kr}^{ci} \alpha_{ls}^{ci} d\varepsilon_{kl} / n_c \quad (2)$$

$$t_{ij}^{ci} = F_{ijkl}^{ci} s_{kl}^{ci} \quad (3); \quad dt_{ij}^{ci} = C_{ijkl}^{ci} ds_{kl}^{ci} \quad (4)$$

ひび割れの発生はコンクリートに大きな異方性をもたらすものであり、単一の疑似直交ひび割れ座標系 ci に関してはその各座標軸 x_1^{ci} , x_2^{ci} , x_3^{ci} を直交異方性軸として設定し、それらの異方性軸に直交する最大3面のひび割れ C11, C22, C33 を考えた直交異方性非線形弾性材料として定式化する。単一の疑似直交ひび割れ座標系 ci に対して仮定する直交異方性非線形弾性の割線剛性テンソル F_{ijkl}^{ci} は極力簡潔な形式で表現することとし、これらが影響し合い重ね合わされた全体座標系の割線剛性テンソル H_{ijkl} において複雑な多方向ひび割れの挙動が表現できると考える。そのため F_{ijkl}^{ci} は、ひび割れの内部状態変数の簡易な関数として表現される材料変数である Young 率 E_{11} , E_{22} , E_{33} , Poisson 比 ν_{12} , ν_{21} , ν_{23} , ν_{32} , ν_{31} , ν_{13} , せん断係数 G_{12} , G_{23} , G_{31} から構築するが、 F_{ijkl}^{ci} の対称条件によって式 (5) が成立するので、またさらにせん断係数を Young 率と Poisson 比で表すことによって6個の独立な材料変数を用いて式 (6) すなわち式 (7) のように定式化される。ただし式 (7) においては総和規約を適用せず、添字は式 (8) によって、また η は式 (9) によって定義する。

$$\nu_{21} = \nu_{12} E_{22} / E_{11} \quad (5a); \quad \nu_{13} = \nu_{31} E_{11} / E_{33} \quad (5b); \quad \nu_{32} = \nu_{23} E_{33} / E_{22} \quad (5c)$$

$$F_{ijkl}^{ci} = F_{klij}^{ci} = \Omega_{ORT}(E_{11}, E_{22}, E_{33}, \nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{31}) \quad (6)$$

$$F_{ijkl}^{ci} = E_{ik}(1 - \nu_{mn} \nu_{nm}) / \eta \quad : i = j = k = l \text{ の場合} \quad (7a)$$

$$= E_{kl}(\nu_{ik} + \nu_{jm} \nu_{ml}) / \eta \quad : i = j \neq k = l \text{ の場合} \quad (7b)$$

$$= G_{ij} = E_{ii} E_{jj} / (E_{ii} + E_{jj} + 2E_{jj} \nu_{ij}) \quad : i = k \neq j = l \text{ の場合} \quad (7c)$$

$$= 0 \quad : i = j, k \neq l \text{ の場合, } i \neq j, k = l \text{ の場合, } i \neq j, k \neq l, i \neq k \text{ の場合} \quad (7d)$$

$$i, j, k, l, m, n = 1, 2, 3 \quad (8a); \quad m \neq i, j, k, l \quad (8b); \quad n \neq i, j, k, l \quad (8c); \quad m \neq n \quad (8d)$$

$$\eta = 1 - \nu_{12} \nu_{21} - \nu_{23} \nu_{32} - \nu_{31} \nu_{13} - 2\nu_{12} \nu_{23} \nu_{31} \quad (9)$$

ひび割れによる引張軟化構成関係を表現するために Young 率 E_{ii} はひび割れ Cii の発生前後において式 (10) のように設定する。ここで総和規約は適用せず、 E^{el} : 初期線形弾性の Young 率; $T_{TS}(s_{ii}^{ci}, s_{ii}^{ci \max}, G_F, f_{tc}^{ci})$: ひび割れによる引張軟化応力; $s_{ii}^{ci \max}$: s_{ii}^{ci} の履歴における最大値; G_F : 破壊エネルギー; f_{tc}^{ci} : 拘束圧の影響を考慮した引張強度。

$$E_{ii} = E^{el} : \text{ひび割れ発生前} \quad (10a); \quad E_{ii} = t_{ii}^{ci} / s_{ii}^{ci} = T_{TS}(s_{ii}^{ci}, s_{ii}^{ci \max}, G_F, f_{tc}^{ci}) / s_{ii}^{ci} : \text{ひび割れ発生後} \quad (10b)$$

Poisson 比 ν_{ij} はひび割れ発生前後において式 (11) と仮定する。ここでも総和規約は適用せず、 ν^{el} は初期線形弾性の Poisson 比であり、 λ_{ii} はひび割れによる損傷スケール (内部状態変数) である。

$$\nu_{ij} = \nu^{el} : \text{ひび割れ発生前} \quad (11a); \quad \nu_{ij} = \text{Min}(\lambda_{ii}, \lambda_{jj}) \nu^{el}, \lambda_{ii} = E_{ii} / E^{el} : \text{ひび割れ発生後} \quad (11b)$$

せん断応答は以下のように定式化した。式 (12) では $i \neq j$ であり総和規約を適用せず、 G_{ij}^{el} は初期線形弾性のせん断係数、 $\beta_{SR}(s_{ij}^{ci}, s_{ij}^{ci \max})$ はせん断剛性低減係数 (shear retention factor) である。

$t_{ij}^{ci} = G_{ij}^{el} s_{ij}^{ci} : \text{ひび割れ発生前 (12a)} ;$
 $t_{ij}^{ci} = \beta_{SR}(s_{ij}^{ci}, s_{ij}^{ci \max}) G_{ij}^{el} s_{ij}^{ci} : \text{ひび割れ発生後 (12b)}$

3. 数値計算アルゴリズム

図-1は、THAS モデルを用いて前解析ステップ t での全体座標系の全ひずみテンソル ϵ_{kl}^t と現解析ステップ $t+\Delta t$ での全体座標系の全ひずみテンソル $\epsilon_{kl}^{t+\Delta t}$ を入力値として現解析ステップ $t+\Delta t$ における全体座標系の全応力テンソル $\sigma_{ij}^{t+\Delta t}$ を求解する数値計算アルゴリズムをフローチャートとして示したものである。ひび割れの無い初期線形弾性計算から開始して算出された主応力 σ_i が $f_{ic}^{\sigma_i}$ を超過した場合に疑似直交ひび割れ座標系 ci が生成されて、発生したひび割れ面の数 m_c^{ci} に基づいてひび割れの応力が前述の定式化に従って計算される。疑似直交ひび割れ座標系 ci は、その総数 n_c が許容最大総数 $n_c^{\max}$ に達するまで追加生成される可能性があるが、新たな疑似直交ひび割れ座標系と既存の疑似直交ひび割れ座標系との交差角度が疑似直交ひび割れ座標系の完全直交座標系からの許容偏差角度 ϕ_{tol} の範囲内にあった場合、新たな疑似直交ひび割れ座標系は生成されない($\psi_{tol} = \cos \phi_{tol}$)。さらに、新たな疑似直交ひび割れ座標系が生成されない場合を基本経路 F として、生成される場合を分岐経路 B として考えて、熱力学第二法則に基づいて安定と判定される経路を採用することによって新たな非直交ひび割れが発生するか否かが決定される。

4. まとめ

THAS コンクリート構成モデルの多方向ひび割れに関する定式化と数値計算アルゴリズムについて述べた。疑似直交ひび割れ座標系において直交異方性非線形弾性形式の構成関係を考慮して6個の独立な材料変数であるYoung 率とPoisson 比に関してひび割れによる引張軟化特性と損傷を簡潔な形で考慮した。多方向ひび割れの発生過程を疑似直交ひび割れ座標系の追加生成によって表現していく数値計算アルゴリズムを示した。

[参考文献]

- 1) 長谷川 俊昭：多方向ひび割れ解析のための THAS コンクリート構成則の提案，土木学会第71 回年次学術講演会講演概要集，V-645，pp.1289-1290，2016 年。

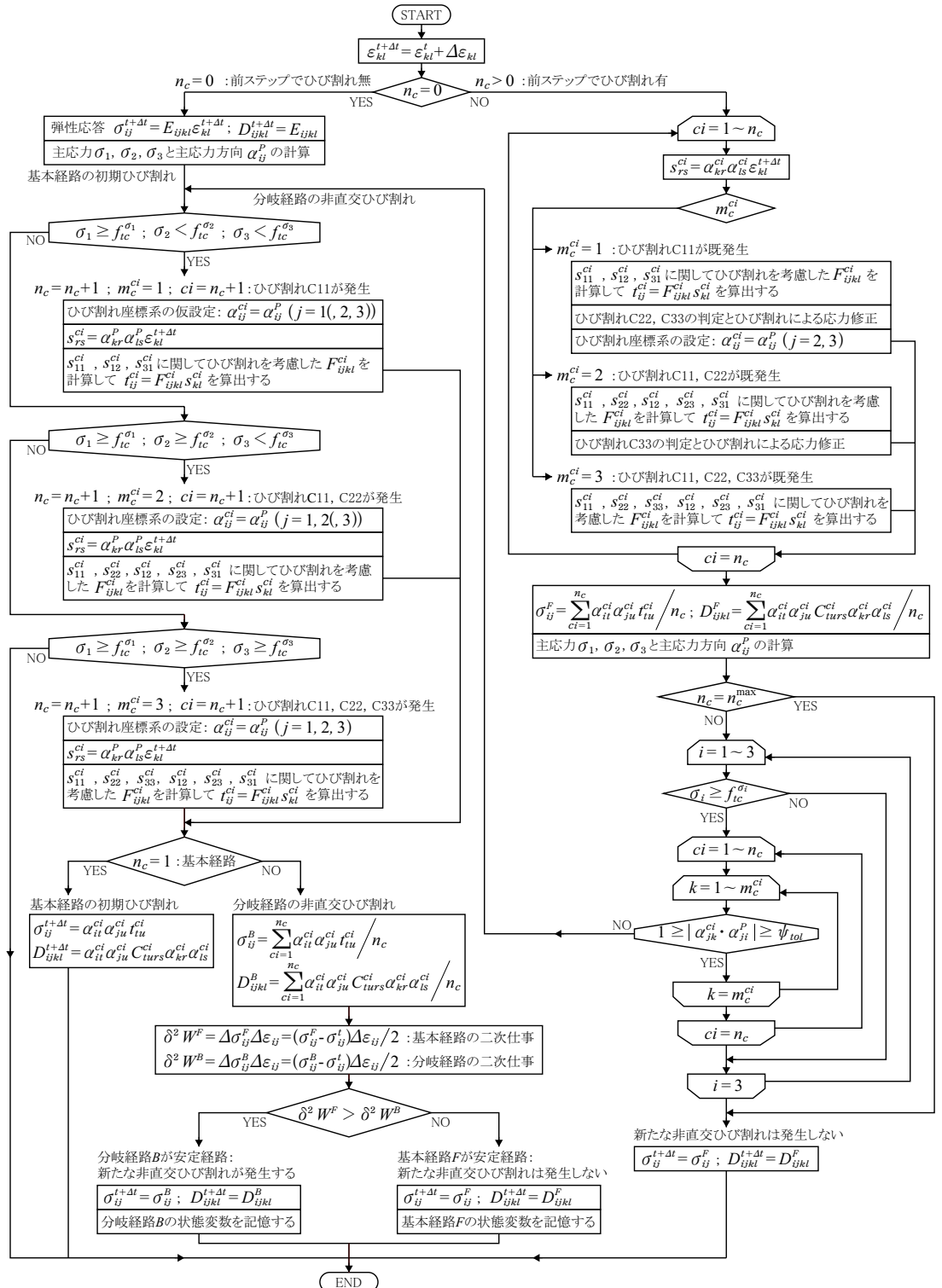


図-1 THAS コンクリート構成モデルの数値計算アルゴリズム