

Coupled Markov Chain モデルを用いた地層構成の確率的内挿

～地盤調査の多寡を考慮した河川堤防リスクマネジメントモデルへ向けて～

○新潟大学大学院 学生会員 小出央人

新潟大学准教授 正会員 大竹 雄

1. 研究の背景と目的

パイピングに伴う河川堤防の越水なき破堤が注目を集め、多くの地盤工学的研究が進められている。その中で、(1)透水性基礎地盤に起因するパイピング破壊は、局所的(数 10m 区間)な現象であること、(2)パイピング発生が懸念される土層構成の“見落とし”，すなわち“情報の不確かさ”が河川堤防管理の重要課題であること、などが指摘されている。

そこで、ボーリング調査より得られる情報と土質の空間的変動性を考慮したマルコフ遷移確率を用いたマルコフ連鎖モデル(Coupled Markov Chain モデル¹⁾、以下 CMC と呼称)を用いて、河川堤防管理における“見落としリスク”の定量化を試みる。本研究は特に、CMC による推定で用いる、遷移確率行列の同定を目指すものである。

2. 研究の方法

2. 1 CMC の基本的な考え方

Qi XH et al.¹⁾は、斜面安定解析のための地層構成予測に CMC の適用を提案している。Qi XH et al.¹⁾らが提案する方法を以下に示す。図 1 に示すように、CMC によって推定される領域は同じ大きさのセルによって離散化される。セル (i, j) は、セル $(i, j-1)$ 、セル $(i-1, j)$ 、セル (N_x, j) に依存する。推定領域のもっとも左の列と右の列のセルと最も上の行のセルは固定されている。前者はボーリング調査により明らかになり、後者は地表から直接観測されることを前提条件としたモデル化となっている。以上より、CMC では、各セルの土質を推定するために(1)式が用いられる。

$$P_{tr, k|q} = \frac{p_{lk}^h p_{kq}^{h(N_x-1)} p_{rk}^v}{\sum_{f=1}^m p_{lf}^h p_{fq}^{h(N_x-1)} p_{rf}^v} \quad (1)$$

ここで $p_{tr, k|q}$ は、セル $(i, j-1)$ 、セル $(i-1, j)$ 、セル (N_x, j) の土質がそれぞれ S_l 、 S_r 、 S_q であることが与えられた時のセル (i, j) の土質が S_k である条件付確率である。 p^v 、 p^h はそれぞれ鉛直遷移確率行列と水平遷移確率行列で、 p_{rk}^v (p_{rf}^v) と p_{lk}^h (p_{lf}^h) はそれぞれの遷移確率行列の要素に対応している。 $p_{kq}^{h(N_x-1)}$ 、($p_{fq}^{h(N_x-1)}$)は $N_x - 1$ 回の遷移回数における、 S_k (S_f) から S_q へ遷移する確率である。つまり水平遷移確率行列を $N_x - 1$ 回累乗することに相当する。

2. 2 遷移確率行列の同定方法

鉛直遷移確率行列の推定は、式(2)に示すように、

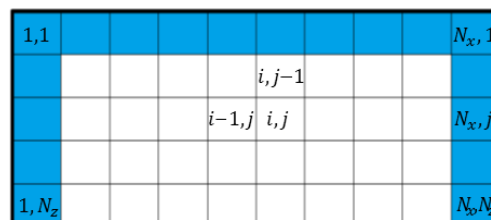


図 1 CMC 推定に用いる 2 次元領域

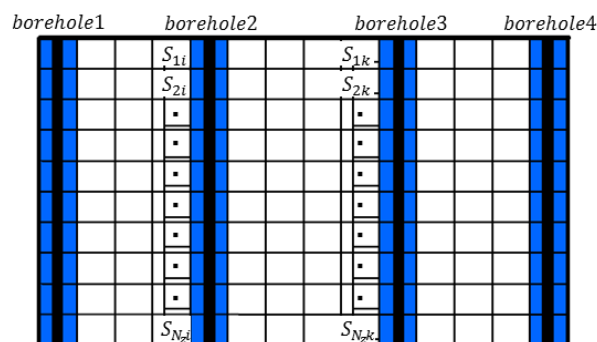


図 2 遷移確率行列算出に用いるボーリング柱状図

土質 S_i から S_j に続く遷移数を S_i から遷移の総数で除することで計算する。

$$P_{ij} = \frac{T_{ij}}{\sum_{f=1}^m T_{if}} \quad (2)$$

ここで、 T_{ij} (T_{if})は土質 S_i から S_j (S_f)に遷移を観測された数である。地盤調査の性質から、鉛直方向の地盤情報は多く観測することができるため、(2)式で容易に遷移確率行列を得ることができる。これに対して、水平遷移確率行列は、一般的に調査間隔が長いため、困難な推定問題となる。Qi XH et al.¹⁾は、岩相の変化・順序は鉛直・水平ともに同じである仮定されるヴァルターの岩相対比法則に基づき、土層間の遷移数を下式のように記述することを提案している。ヴァルターの法則とは、鉛直的な岩相変化は元来その変化の順序で水平的に配置した堆積環境の違いによって生成したものであるため、鉛直方向の順序は水平方向に変化する岩相をつくることになるということを意味する。

$$T^v = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix} \quad T^h = \begin{pmatrix} KT_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & KT_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & KT_{33} \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここで K はヴァルターの岩相対比の法則を考慮した、同じ土質間の遷移における鉛直遷移数と水平遷移

キーワード 河川堤防, リスクマネジメント, 確率過程, 地層構成

連絡先 〒950-2181 新潟市西区五十嵐2の町8050番地

数の比である。 K は、交互検証法 (Cross Validation) に基づく最尤推定法による最尤推定値を採用することが推奨されている。交互検証法とは、多数ある観測点のうち、いくつかの情報が得られなかったものと仮定して、推定値と観測値との関係から推定精度を検証する方法である。次に K を同定するための尤度の算出式を式 (4) に示す。

$$P_l = \left[P(Z_{1,i} = S_{1,i}) * P(Z_{2,i} = S_{2,i}) * \dots * P(Z_{N_z,i} = S_{N_z,i}) \right] * \left[P(Z_{1,k} = S_{1,k}) * P(Z_{2,k} = S_{2,k}) * \dots * P(Z_{N_z,k} = S_{N_z,k}) \right] \quad (4)$$

ここで P_l は任意の K に対する尤度、 $Z_{1,i}$ は1行1列目にあたるセル、 $S_{1,i}$ はセル $Z_{1,i}$ の土質の状態を表す。つまり $P(Z_{1,i} = S_{1,i})$ はセル $Z_{1,i}$ が土質 $S_{1,i}$ である確率を示す。

3. 簡易的な例題に基づく有効性の検証

3. 1 検討方法と適用性の考察

遷移確率行列を同定するための K を下記の手順で評価する。

- (1) CMC である仮想土層構成 (1つの標本場) を生成し、これを実現値と仮定する。(図3(a))
- (2) (a)500m 間隔, (b)250m 間隔, (c)125m 間隔でボーリング調査が実施されたと仮定し、それ以外を未知とする。
- (3) (1)で用いた遷移確率行列を用いて、ボーリング調査間の土層構成を1つ生成する。
- (4) 尤度を交互検証法により算出し、尤度が最大となる K を求め、真値と仮定した遷移確率行列と比較する。
- (5) (3), (4) を 100 回繰り返すことにより、 K を用いた近似的な遷移確率行列の同定方法の有効性を検証する。

図3(b)は、ある調査間隔の場合に調査間の地層構成を CMC により確率的に内挿し、パイピングの破壊確率を計算した結果である。モデルの両端部では地層の変化が大きいたことが予想され、その部分のリスクが定量化されているのが分かる。このように、CMC は、河川堤防の調査の多寡によるリスクを定量化するのに有効な方法であることが分かる。

なお、遷移確率行列は、ある1級河川堤防35kmの基礎地盤の土層構成から先の同定方法に従って設定し、 $K=4$ としている。

3. 2 K の同定結果

図4は、1km 区間に対して、等間隔で地盤調査が実施されたことを仮定し調査間隔を変えて CMC による推定を行った場合の尤度最大となる K のヒストグラムである。調査間隔に応じて得られる K の値が異なり、調査間隔が短くなるほど K は大きい値が得られる。また、各ケースにおいて同定される K のバラツキが大きいことから、提案法により、 K を推定することの困難さが伺える。

4. 結論

CMC モデルは河川堤防のリスクマネジメントを

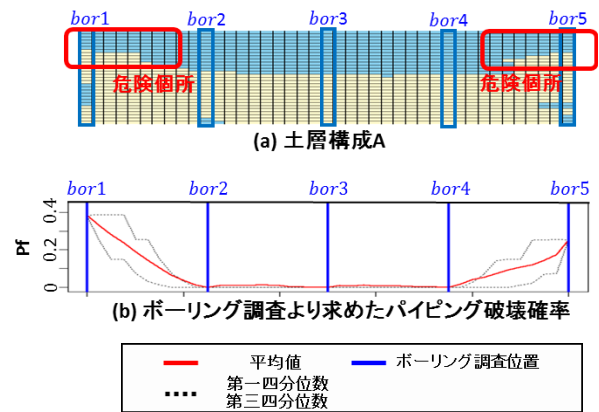


図3 CMC モデルを用いたパイピング破壊確率の計算例

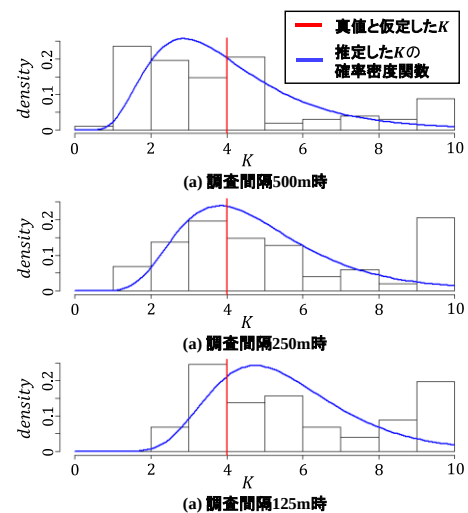


図4 調査間隔別の K の同定結果

を行う上で、地盤調査の多寡のリスクを定量化するための有効な方法であると考えられた。

そこで、CMC モデルの骨格をなす遷移確率行列を地盤調査から推定した。その結果、地盤調査間隔に依存して、同定される水平遷移確率行列が変化し、また、推定結果が比較的大きな不確実性を有していることが分かった。従って、今後は、よりロバストに遷移確率行列を設定する方法を提案することを課題としている。

このように、水平方向の遷移確率行列の分析は、河川堤防の基礎地盤の地盤工学的性質を数理的にモデル化することにつながり、パイピングに起因する河川堤防の内在リスクを定量化することにつながると期待される。

参考文献

- 1) Qi XH et al. Simulation of geologic uncertainty using coupled Markov chain. Engineering Geology, Engineering Geology. 207, pp.129-140, 2016., 2) Li D.Q et al. Evaluating slope stability uncertainty using coupled Markov chain. Comput.Geotech, vol.73, pp.72-82, 2016.