

異方性を考慮した弾塑性構成モデルの開発と検証

東北学院大学大学院工学研究科環境建設工学専攻 学生会員 ○新田悠生
東北学院大学工学部環境建設工学科 フェロー会員 飛田善雄

1. 序論

砂の弾塑性モデルは、等方性を前提として定式化されることが多かった。しかし、砂地盤は粒子間接点の分布の偏りなどに起因して異方性を有している。複雑な応力条件下の変形挙動特性の表現にあたっては、異方性の影響を考慮することが不可欠である。

本研究では初めに Li & Dafalias(以下, L&D)が 2000¹⁾, 2012²⁾ 年に提案したモデルを用いて、誘導異方性を考慮した構成モデルにおける定式化、解析結果等を示す。その後、L&D モデルに飛田らの修正応力法^{3),4)}を適用し、初期異方性の導入を試みた。

2. L&D モデルの特徴

L&D モデル(2000)は、砂のような粒状体の挙動を表現する目的で提案された数多くのモデルのうち、有効拘束圧および密度依存性を比較的簡単な関係式で表現できるモデルである。せん断変形が卓越した状態で、せん断応力の変化がなくダイレイタンスーも生じない限界状態(Critical state)の存在を仮定し、限界状態での間隙比と有効拘束圧の一意的な関係を利用して、状態変数 ψ を定義する。

$$\psi = e - e_c = e - \left| e_r - \lambda_c \left(p' / p_a \right)^\xi \right| \quad (1)$$

ここで e_r は $p' = 1[\text{kPa}]$ 時における限界状態間隙比、 p_a は大気圧、 λ_c と ξ は物性パラメータである。この状態変数 ψ に塑性係数、ダイレイタンスー係数が依存するという定式化を行うことにより、密度および有効拘束圧依存性を簡潔に表現している。L&D モデルでは、状態変数 ψ が重要な役割を果たし、 ψ が正の時には緩い砂の挙動を示し、 ψ が負の時には密な砂の挙動を示す。

3. 異方性の導入について

Li and Dafalias(2012)²⁾は、異方性を導入するにあたり、異方性の程度を表すパラメータ A を定義した。

$$A = \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{F}$ は異方性の構造の方向を表すテンソル量、 $\mathbf{N}$

は載荷方向を表すテンソル量である。テンソル量の内積を取り、スカラー量 A を異方性の指標とした。この A を用いて ψ に代わる新たな状態変数 ζ を定義する。

$$\zeta = \psi - \psi_A \quad \psi_A = e_A(A - 1) \quad (3)$$

ここで、 ψ_A は異方性を考慮した状態変数、 e_A は異方性を考慮した限界状態間隙比である。この定式化は、 $\mathbf{F}$ が載荷により変化することから、応力変化による誘導異方性の発展を表現したモデルであるといえる。

4. 異方性を導入した非排水せん断挙動の解析結果

ここでは、三軸圧縮における非排水せん断挙動において、供試体の切出し角度の違いがせん断挙動に与える影響に関するモデルの計算結果の代表例を示す。切り出し角度の影響は、堆積時の $\mathbf{F}$ をテンソルの変換公式を用いて、主応力方向に変換することで表現される。図 1～図 2 は、間隙比を $e = 0.75$ 、初期有効拘束圧を $p_0 = 1000[\text{kPa}]$ で一定にして、切出し角度の値を変化させたときの計算結果である。

図 1 は $p' - q$ 関係の挙動である。どの切出し角度においても、せん断初期に有効拘束圧が低下する傾向が見られる。これはせん断に伴う負のダイレイタンスーの影響であり、切り出し角度が大きくなるにつれて、有効拘束圧の減少量も大きくなる傾向が見られる。

図 2 は $q - \gamma$ 関係の挙動である。切り出し角度の小さなもののほど、せん断応力が発達する傾向を示す。切り出し角度が小さなものは載荷方向と構造テンソル $\mathbf{F}$ の長軸方向が一致していることから、外力に抵抗するための内部構造の形成が容易であることから、大きなせん断応力を示すことができたと考えられる。

以上より誘導異方性については適切な内部変数を構成モデルに導入することで、過去の実験結果と一致するような解析結果を示すことができることが分かった。

5. 初期異方性の導入についての検討

異方性には、載荷以前から砂粒子が本来持っている初期異方性が存在する。ここでは、L&D モデル(2012)

キーワード：弾塑性モデル、異方性、状態変数、弾性係数、力の鎖

東北学院大学 〒985-8537 多賀城市中央一丁目 13-1, Tel : 022-368-7396

に修正応力法³⁾を用いることで、初期異方性の影響を導入してみる。

砂粒子が外力に抵抗する際、「力の鎖」と呼ばれる特殊な粒子間力の伝達構造を構成することが知られている。力の鎖が構成されることで外力に抵抗すると考えられている。そこで本手法では、力の伝達に係わる弾性部分のみに修正応力法を用い初期異方性の影響を導入し、塑性部分については Li&Dafalias(2012)による誘導異方性の導入を行い、初期異方性の影響も考慮したモデルへの拡張を試みる。図 3～図 4 は、間隙比を $e = 0.75$ 、初期有効拘束圧を $p_0 = 1000[\text{kPa}]$ 、切出し角度を $\alpha = 0^\circ$ で一定とし、初期異方性の程度の違いを変化させた時の解析結果である。

図 3 は $q - \gamma$ 関係の挙動である。载荷方向に対して強い構造を構成しているものほど大きなせん断抵抗を示していることが分かる。また、強い構造を持つものはピークを示し、ひずみ軟化挙動を経ってから限界状態に達する傾向が見られる。

図 4 は $p' - q$ 関係の挙動である。载荷方向に対して弱い構造を持つものの方が有効拘束圧の減少量が小さく、力の鎖の構成が容易である傾向が見られた。この結果は予想と大きく異なる結果であった。

6. 結論

本研究では、粒状体力学の研究成果に基づき、初期異方性と誘導異方性の両者を考慮した弾塑性モデルへの拡張を試みた。しかし、初期異方性を導入した際のダイレイタンシー挙動などにおいて実験事実と異なるような結果となった。現時点では、このような計算結果となった理由はわかっていない。二つの異方性を取り入れるような複雑なモデルでは、単純に異方性の表現のための二つの方法を重ね合わせるような定式化ではなく、異方性を表現する内部変数に対する深い理解が必要であると認識している。

参考文献

- 1) Li and Dafalias(2000):Dilatancy for cohesionless soil,Geotechnique,50,4,449-460
- 2) Li and Dafalias(2012):Anisotropic Critical State Theory:Role of Fabric, J.Engrg.Mech. ASCE,138,3, 263-275
- 3) 飛田他(2003):工学材料の異方的挙動の簡易な表現方法：修正応力法の地盤材料への適用，応用力学論文集，土木学会，6，407-418

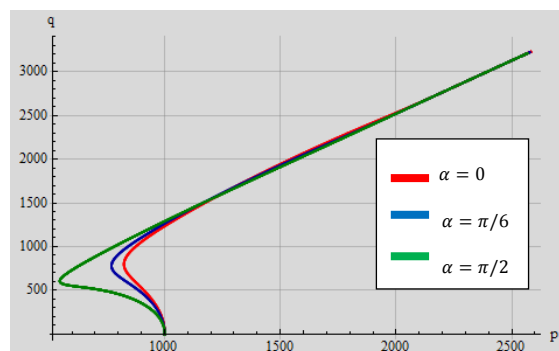


図 1 誘導異方性を導入した時の $p' - q$ 関係

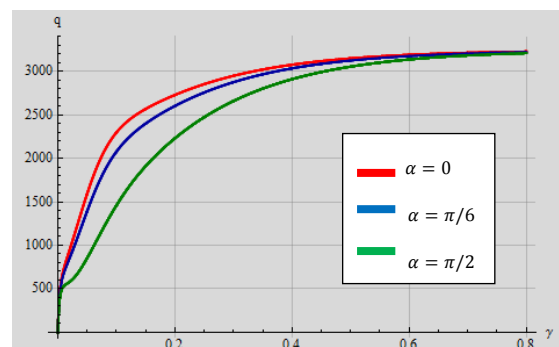


図 2 誘導異方性を導入した時の $q - \gamma$ 関係

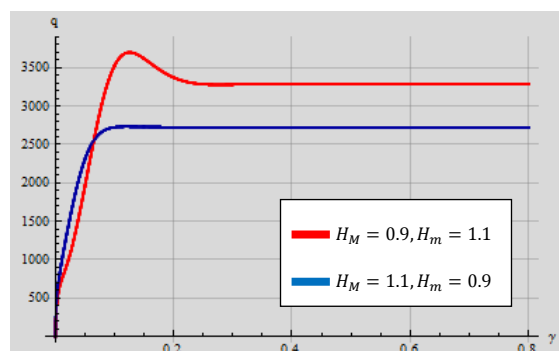


図 3 初期異方性も導入した時の $q - \gamma$ 関係

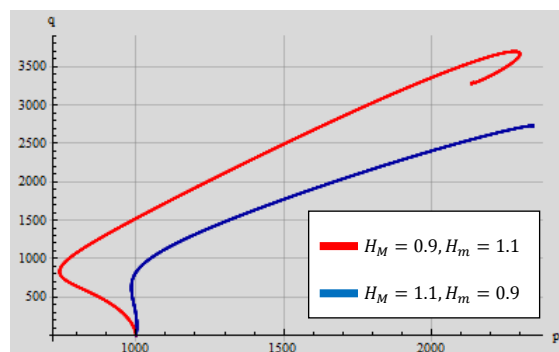


図 4 初期異方性も導入した時の $p' - q$ 関係

- 4) 飛田他 (2008)：密度と拘束圧依存性を考慮した砂の構成モデルの検証応用力学論文集，Vol. 11pp. 411-422,