遅れ現象へのむだ時間の導入効果に関する研究

北海学園大学大学院　　学生員　○井上　進
北海学園大学工学部　　正会員　　嵯峨　浩

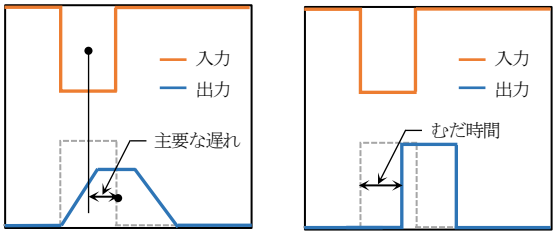
1. はじめに

降雨－流出系における出力の時間遅れは流出解析において重要な概念であり，貯留関数法では貯留係数，タンクモデルではタンク段数がその役割を担っている．一方，自動制御系[1)]では，むだ時間が重要な遅れ現象として厳密に定義されているが，降雨－流出系ではむだ時間は考慮されていないのが実情である．本研究は集中定数型モデルにむだ時間を適用し[2),4),5),6)]，その導入効果を検証した．また，降雨－流出系におけるむだ時間の物理的意味を分布定数型モデルの解析結果と比較して明らかにした．

2. むだ時間の概念と特性

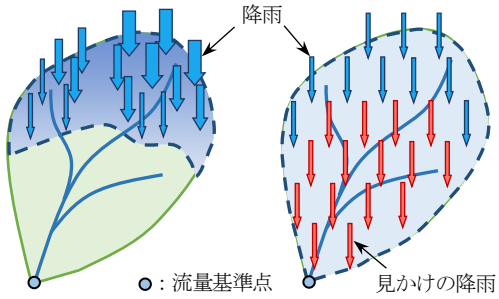
一入力一出力の応答系の遅れ現象の一つは「主要な遅れ」であり，図－1(a)に示す入力に対して出力の波形が変形して現れる現象である．もう一つは「むだ時間」であり図－1(b)のように，入力に対して出力がずれて現れる（入力があっても全く出力がない時間）現象である．

降雨－流出系において，実際の降雨状況は図－2(a)に示すように場所によって降雨強度がかなり異なる．一方，集中型モデルで用いる「流域平均雨量」は図－2(b)に示すように，流域内に一様に降雨があるとして扱われる．極端な場合，流量基準点付近では全く降雨がないのに，見かけ上は降雨が入力として存在することになる．即ち，上流部の雨水が河道を流下して流量基準点に到達するまで流量は全く増加しないことになる．これが流量の観測値と計算値の立ち上がり点や流量ピーク時刻の相違の原因であり，集中型モデルにむだ時間を導入する理由である．また，分布型モデルは降雨分布と河道流下時間が考慮されるのでむだ時間が存在しないと考えられる．



(a) 主要な遅れを含むむ応答　　(b) むだ時間を含むむ応答

図－1 主要な遅れとむだ時間の応答概念図



(a) 実際の降雨分布　　(b) 流域平均雨量

図－2 実際の降雨分布と流域平均雨量の概念図

3. 流出解析モデルとむだ時間の導入方法

むだ時間を導入する支配方程式を(1)式に示す．

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = r(t) - q(t) - z(t) + q_b(t) \\ S = K \cdot q^p(t) \\ z(t) = \alpha \cdot q(t) \\ q_b(t) = q_0 \cdot \exp(-\lambda t) \end{cases} \quad \cdots\cdots(1)$$

$S(t)$：貯留高(mm)，$z(t)$：浸透高(mm/hr)，K：貯留係数

p：貯留指数，α：浸透孔係数，λ：減水係数

$r(t)$：観測降雨(mm/hr)，$q(t)$：観測流出高(mm/hr)，

$q_b(t)$：強制入力項(mm/hr)，q_0：初期流出高(mm/hr)

(1)式の連立微分方程式を数値積分して解くことになるが，その式は次式となる．

$$K\frac{d}{dt}q^p(t) + W \cdot q(t) = R \quad \cdots\cdots(2)$$

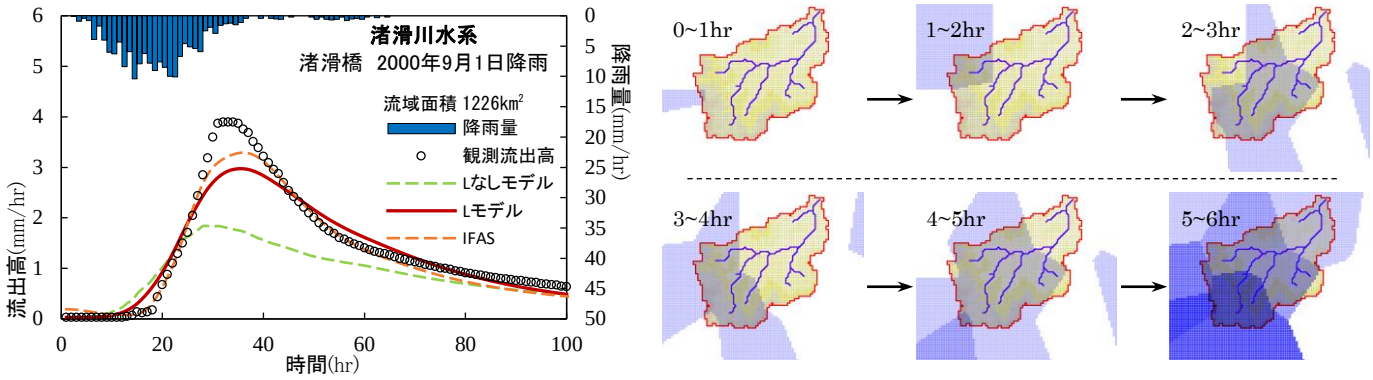
ここで，$W=1+\alpha$，$R=r(t)+q_b(t)$である．

むだ時間を L とすると，むだ時間は入力に対して L 時間だけ遅れて出力される．即ち，出力の時刻 t にむだ時間 L を加え，$q(t)$を $q(t+L)$と置き換えることでむだ時間を導入することができる．ここで，$q(t+L)$について *Taylor* 級数展開し，右辺第 2 項までを採用すると(3)式のようになる．

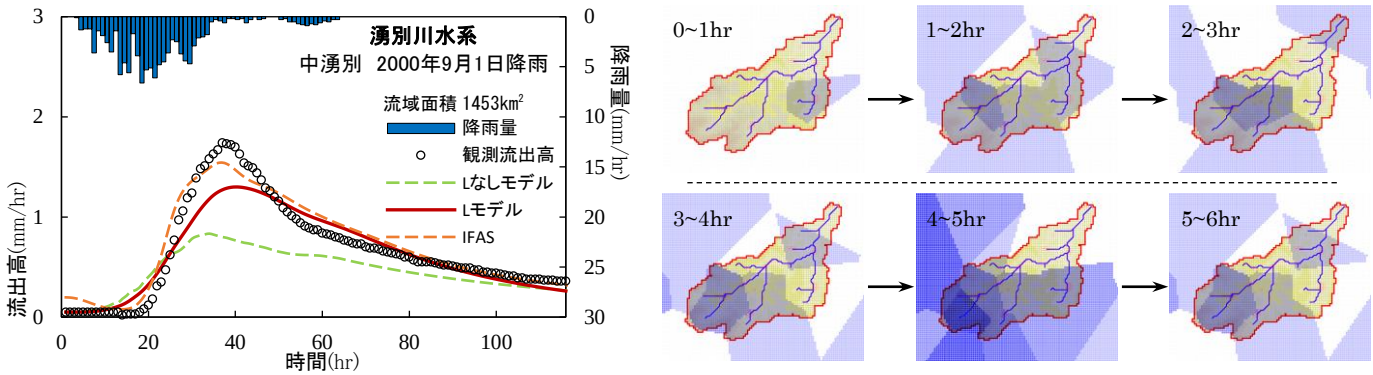
$$K\frac{d}{dt}\left\{q^p + L\frac{dq^p}{dt}\right\} + W\left\{q + L\frac{dq}{dt}\right\} = R \quad \cdots\cdots(3)$$

(3)式の微分方程式の数値解法や数学的最適化手法，誤差評価方法については参考文献 3),4),5)を参照されたい．以後，(2)式のむだ時間を考慮しないモデルを「L なしモデル」，(3)式のむだ時間を考慮するモデルを「L モデル」とする．

キーワード　むだ時間，遅れ現象，集中定数型モデル，降雨分布，河道流下時間，IFAS
連絡先　　〒064-0926　札幌市中央区南 26 条西 11 丁目　北海学園大学工学部　TEL：011-841-1161



図－3 解析結果と降雨分布



図－4 解析結果と降雨分布

4. 分布型流出解析モデルによる解析

2.で述べたように，分布定数型モデルは降雨分布と河道流下時間を考慮できるため，むだ時間は存在しない．本研究では，分布型モデルとして IFAS[7]を採用し，集中型モデルにむだ時間を導入する意義とその物理的意味の検証のために観測データを用いた流出解析を行い，*L* モデルの解析結果との比較を行った。

5. むだ時間を導入した解析結果の検証

北海道内の一級河川において，降雨開始時に流域の上流部から雨が降り始める解析データを用いて流出解析を行った．解析例は 5 例であり，そのうち 2 例の解析結果と降雨開始時刻から 6 時間の降雨分布を図－3 と図－4 に示す．図－3 は渚滑川水系の渚滑橋地点での解析結果，図－4 は湧別川水系の中湧別地点での解析結果である．*L* なしモデルと *L* モデルの解析結果を比較すると，*L* モデルはハイドログラフの立ち上がり点が改善されていることがわかる．特に，ピーク流量生起時刻は大幅に改善されている．むだ時間は図－3 では 11.2 時間，図－4 では 14.6 時間であった．IFAS の解析結果は立ち上がりの様子が観測値と同様であり，ピーク流量生起時刻もほぼ一致している．この結果，むだ時間は降雨分布と河道流下時間に相当することが明らかとなった．

6. 最後に

非線形貯留関数法にむだ時間を導入し，実流域での導入効果の検証を北海道内の観測データを用いて行った．導入効果としてハイドログラフ立ち上がり点の改善と流量ピーク時刻の改善を確認した．また，分布型モデルによる解析結果との比較を行い，集中型モデルにおいてむだ時間を導入する有効性を明らかにした．

参考文献

1) 斉藤制海，徐粒：制御工学，森北出版株式会社
2) 嵯峨浩：周波数応答法による流出解析，土木学会論文集，No.393/Ⅱ-9，pp.77-86，1988-5.
3) 北海道開発局開発土木研究所, 若手水文学研究会：現場のための水文学，1994
4) 中村，阿部，柳屋，嵯峨：むだ時間の概念を導入した流出解析手法に関する研究，北海道支部論文報告集第 70 号，B-51，2014-2
5) 森，白岩，柳屋，嵯峨：むだ時間の概念を流出解析に導入した場合の効果に関する研究，北海道支部論文報告集第 71 号，B-16，2015-2
6) 井上，嵯峨：むだ時間の非線形貯留関数法への適用に関する研究，北海道支部論文報告集第 72 号，B-5，2017-2
7) 杉浦，深見，他：衛星雨量情報を利用した洪水予測システム(IFAS)の開発，河川技術論文集，pp.53-58，2008-6