

## 輪石の開閉を伴う石橋の揺れに関する一考察

○建設プロジェクトセンター 正会員 筒井光男  
 福岡大学 正会員 坂田 力

### 1. はじめに

輪石の開閉を伴って石橋が揺れる時の釣り合いに考察を加えた。結果、図-1の単輪石のロッキングや輪石の開閉を伴う石橋の復元力は、角度が小さいときに限れば一定と見なすことが出来、釣り合い式は落下現象に似ていることが判った。そしてその場合、固有振動数は存在せず、また共振もないという考えに至った。本文はその考察内容について、紹介するものである。

### 2. 釣り合い式

石橋輪石の開閉を伴う振動はロッキングブロックに似ている。図-1は輪石1個の場合(以下単輪石と記す)の釣り合いを示している。 $H$ はアーチ水平力である。 $H$ によるC点回りの回転モーメントは、回転角が小さい場合は一定と見なす事が可能である。釣り合い式は次となる。

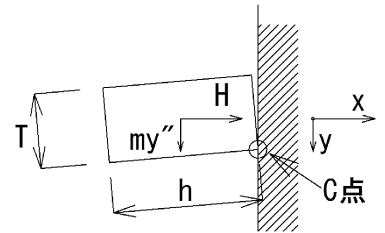


図-1 単輪石モデル

$$my'' \frac{h}{2} = -\frac{HT}{2} \quad (1)$$

ここで、 $m$ は単輪石質量、 $y$ は輪石重心の鉛直座標、 $''$ は2階微分、 $h$ は輪石長さ、 $T$ は輪石厚を示す。 $L$ をアーチ支間、 $f$ をライズ、分布自重を $w$ とすると、 $H = \frac{wL^2}{8f^2}$ である。さらに自重 $w = \frac{mg}{h}$ を代入すると

$$y'' = -\frac{TL^2}{8fh^2}g \quad (2)$$

ここで、 $\frac{TL^2}{8fh^2} = \beta$  とおくと

$$y'' = -\beta g \quad (3)$$

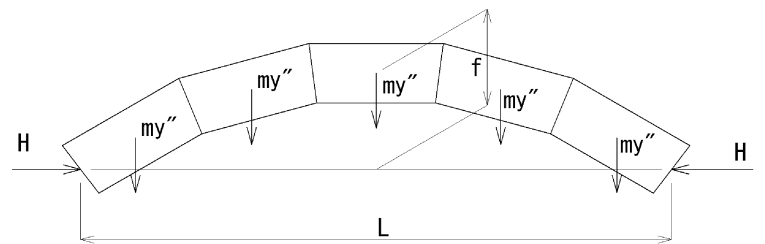


図-2 石橋モデル

これは落下の式  $my'' = mg$  に似ている。つまり、重力加速度が地球の $\beta$ 倍の空間で落下している状態と見なすことが出来る。次に、ボールの落下と関連付けしながら挙動についての考察を進める。

### 3. 考察

#### 3.1 振動状況

単輪石はボールを空中に放り投げたように挙動する、そして元の位置に戻り、衝撃により減衰するが、エネルギーが残っていれば反対側へ回転し、その繰り返しとなる。ボールが空中にある場合は制御できない。制御できるのはバウンドする瞬間のみである。単輪石の場合も、元の位置に戻った瞬間のみ外力による加速が可能と考える。単輪石は輪石コーナーで地面に繋がっており、地面が揺れると変位を強制される。しかし、その挙動に与える影響は、元の位置にあり面で繋がっている場合より十分に小さく無視できると見なす。半周期  $t$  は初速を $v$ とするとボールの場合は $v/g$ 、単輪石の場合 $v/(\beta g)$ となる。

#### 3.2 加振による応答

重力加速度が一定であるから、ボールの頂点高さで滞空時間が変わる。しかし、外力周期と滞空時間が一致する場合はある。その場合は、バウンドする瞬間に外力を受け、外力が減衰よりも大きければ加速され、より高く上がり滞空時間が長くなって、外力周期からずれていくこととなる。したがって、空中に放り投げたボールの落下時および単輪石の揺れには、共振は無い事となる。いま、仮に外力周波数が整数倍になったとすると、加振の整数倍の周期後に、バウンドの瞬間と一致し加速が可能となる。あるいは逆に加振周波数が整数分の1になったとすると、加振周波数の整数倍のバウンド数の時に、加振が可能となる。このことが、

キーワード：石橋、ロッキング、振動、輪石開閉、落下現象、固有振動数

連絡先：〒859-3724 長崎県東彼杵郡佐波見町志折郷1905-8 TEL 0956-76-9094

加振周波数の整数倍で応答が大きくなる理由と考えられる。

3.3 石橋モデル

図-2に石橋モデルを示す。単輪石モデルを組み合わせたものが石橋であるから、全体は要素の特性を引き継ぐと考えることは自然である。連続体の振動の場合、固有値振動数とそれに対応する振動モードがある。しかし、本説に従えば、固有振動数が無く、振動モードもない。ただし、アーチは3ヒンジまでは安定なので、4ヒンジ状態のうち一番出現し易い形状が出現し、揺れると考える。文献2)では4ヒンジで揺れることが実験で示されている。しかし、文献2)では、地震時のつり合い式は地震時加速度に係数を乗じたものが作用するとなっている。本説では、輪石の開閉を伴う石橋の揺れは、ボールを空中に放り投げるように挙動すると考えるので、振動数方程式は(3)のままである。ただし、 $h$ の取り方が変わると考える。空中にある石材は重力により落下しようとするが、アーチが形成されるとその位置にとどまる。例えば、上から落ちてきて階段踊り場にとどまっている物体、あるいは干潮時の忘れ潮のような状態と言える。このアーチに対して、ヒンジを4個形成するよりも大きい外力が作用し続けると崩壊して地面まで落下し、崩壊前に除荷されるとアーチ側に戻るることとなる。ただし、ヒンジが3個以下でも、開閉により輪石がずれて崩壊することはありうる。ヒンジが3個以下で、位置と数が固定される場合に限り、系が定まり固有振動数はあると考えられる。石橋の揺れと落下の関連を表-1にまとめる。

表-1 落下と石橋振動対応表

	落下	石橋揺れ
釣り合い式	$my'' = mg$	$my'' = \beta mg$
初速 $v$ 時の半周期 $t$	$t = \frac{v}{g}$	$t = \frac{v}{\beta g}$

4. 既実験との比較

石橋が落下するように揺れるという考察を進めてきたが、実験結果との整合を調べてみる。文献1)に、単列輪石アーチ模型に橋軸方向8Hzおよび面外7Hzで正弦波入力した応答加速度のフーリエスペクトルが記載されている(図-3, 図-4)。図の横軸が振動数である。図からは、8Hzと7Hzの整数倍で値が大きいことが読み取り可能である(各ピークの振動数は筆者が追記)。この結果は3.2節の考察と矛盾しない。

5. まとめ

輪石が開閉を伴う石造アーチ橋の振動についての考察を進めた結果、次の考えに至った。

- 1) 釣り合い式(3)は落下現象の式に相似であり、落ちるように揺れる。
- 2) 固有振動数は無い。
- 3) 振幅が変わると周期も変わるので、共振は無い。
- 4) 正弦波加振の場合、加振振動数およびその整数倍振動数で応答が大きくなる。

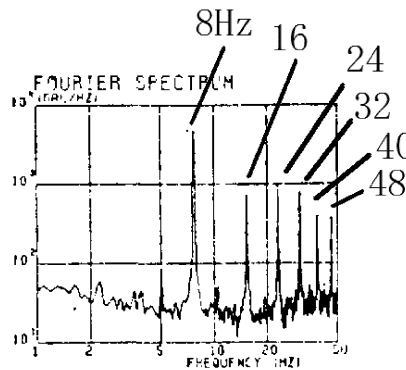


図-3 文献1) 軸線方向8Hz正弦波入力における部材5鉛直向加速度(太文字振動数は筆者が追記)

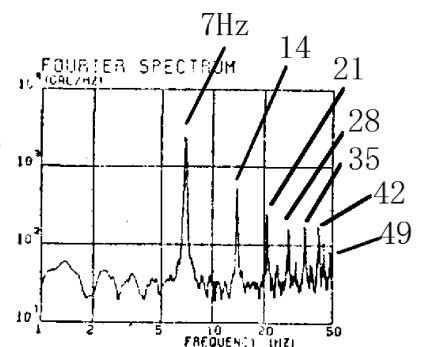


図-4 文献1) 面外方7Hz正弦波入力による部材5面外加速度(太文字振動数は筆者が追記)

以上は、釣合微分方程式(3)に考察を加えて得られたものである。その内容は、文献1)の模型振動実験結果と矛盾しない。今後の石橋の耐震性能の解明に役立てば幸いである。

参考文献:

1) 紺野外: 石造アーチ橋構造物の動的破壊強度に関する模型実験、土木学会論文報告集第335号、1983.7  
 2) M. J. Dejong E. G. Dimitrakopoulos: Equivalent rocking systems: Fundamental rocking parameters 15th World Conference on Earthquake Engineering 2012