

KL 展開による地震動の経時特性のモード解析

岐阜大学工学部 正会員 ○能島暢呂

岐阜大学流域圏科学研究センター 正会員 久世益充

1. 研究の背景と目的

地震動の経時特性を表す特徴量としての典型は継続時間であり、正規化加速度累積パワー曲線(Husid plot)に基づく $D_{5.95}$ はその代表例である。一方、波形全体の経時特性をより忠実に捉えるため筆者らは、Husid plot のパーセンタイル値に基づく 98 次元の特徴ベクトルを提案したり、さらに特徴ベクトル間距離に基づいた階層的クラスター分析による分類法を提案し、計量的多次元尺度法を用いて二次元布置を行った¹⁾。また低次元での表現方法として、特徴ベクトルのモーメント量(平均値, 標準偏差, 歪度, 尖度)による 4 次元特徴ベクトル²⁾も提案している。本研究では KL 展開³⁾を適用し、特徴空間の部分空間を用いて、情報損失の少ない次元縮約方法を提案する。

2. 経時特性の 98 次元特徴ベクトルと KL 展開

図 1 に 98 次元特徴ベクトルによる経時特性の特徴抽出の概念図を示す。Husid plot の i パーセンタイル値を t_i とし、 $d_i = t_{i+1} - t_i$ ($i=1, \dots, 98$) を要素とする 98 次元の列ベクトルを特徴ベクトル $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_{98})^T$ とする。

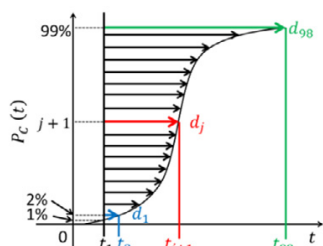


図1 98次元ベクトルによる Husid plot の特徴抽出

多数の特徴ベクトル $\mathbf{d}$ より算出される分散共分散行列 $\mathbf{V}$ は半正値対称行列であり、固有値 λ_i が大きい順に対角要素に並んだ行列 $\mathbf{\Lambda}$ に対角化される。

$$\mathbf{V} = E[(\mathbf{d} - E[\mathbf{d}])(\mathbf{d} - E[\mathbf{d}])^T], \quad \mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{V} \mathbf{\Phi} \quad (1)$$

ここに行列 $\mathbf{\Phi}$ は各固有値に対する固有ベクトルからなり、正規直交基底を構成する。主成分分析はこの基底変換で主軸を構成し、特徴ベクトル $\mathbf{d}$ を主成分得点 $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_{98})^T$ に変換するものであり、KL(Karhunen-Loève)展開³⁾ともいわれる。主成分得点 $\mathbf{z}$ は無相関で分散共分散行列は $\mathbf{\Lambda}$

となる。逆変換により $\mathbf{z}$ から $\mathbf{d}$ を復元する場合、寄与率の高い上位次数の部分空間でも良い近似が得られる。

$$\mathbf{z} = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{d}, \quad \mathbf{d} = (\mathbf{\Phi}^T)^{-1} \mathbf{z} = \mathbf{\Phi} \mathbf{z} \quad (2)$$

3. 数値計算例

2011 年東北地方太平洋沖地震($M_w=9.0$)において、防災科学技術研究所の K-NET⁴⁾による 691 地点¹⁾の加速度記録(EW 成分)を用いた数値計算例を示す。

(1) モードベクトルとモード寄与率

図 2 にモードベクトルを示す。本研究では第 1 要素が正になるように符号を調整した。第 1 次モードの要素はすべて正で d_i の係数が i に対して単調増加となっており、標準的な経時特性を表している。一般に第 j 次モードにおけるゼロ線との交差回数は $j-1$ 回であり、徐々に複雑な形状を反映したモードとなる。図 3 に主成分の固有値(分散)を示す。モード寄与率は第 1~3 主成分でそれぞれ 85.2%, 10.6%, 2.5%であり、第 3 主成分までの累積寄与率は 98.3%に達し大局的な特徴が反映されている。さらに第 4~6 主成分までで 98.9%, 99.3%, 99.5%である。

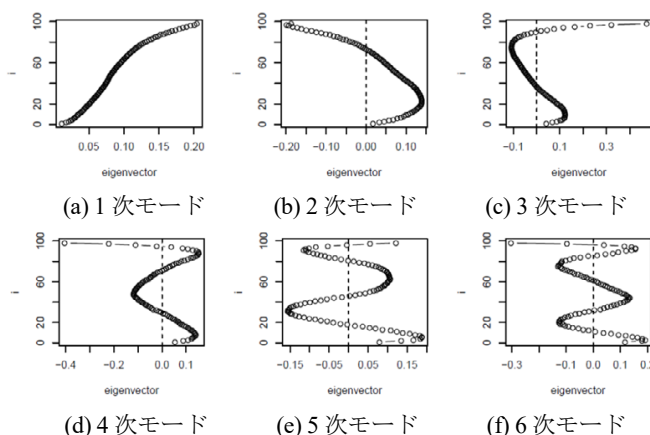


図2 モードベクトル

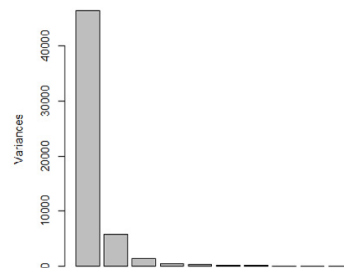


図3 第1~10主成分の固有値(分散)

キーワード 地震動, 経時特性, 正規化累積パワー曲線, 特徴ベクトル, KL 展開

連絡先 〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1 岐阜大学工学部社会基盤工学科 TEL:058-293-2416

(2) 主成分得点の分布性状と二次元布置

図4は対象とした全波形の主成分得点の箱ひげ図である。全体的には、第1次モードはすべて正、第2, 5次はやや正が優勢、第3次は正負均衡、第4次は負、第6次はやや負がそれぞれ優勢となっているが、モード間には相関も見られる。図5は第1, 2主成分得点による二次元布置であり、計量的多次元尺度法と同じ結果⁹⁾となる。

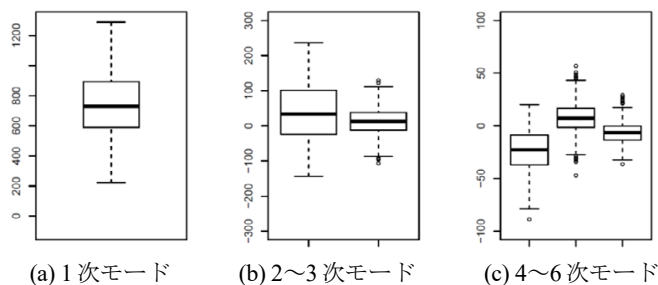


図4 主成分得点の箱ひげ図 (691 記録)

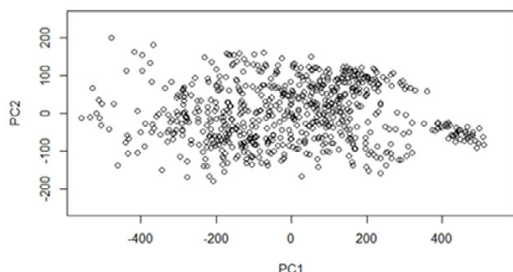


図5 第1, 2主成分による2次元布置 (平均を0に変換)

(3) 特徴ベクトルのモード分解と再合成

図6に示す3地点での加速度波形を対象とした結果を示す。それぞれ(a)継続時間が長く包絡形状が標準的、(b)複数の震源域からの到達波群が時間的に集中、(c)それらの到達波群が時間的に分離、という特徴を持つ。

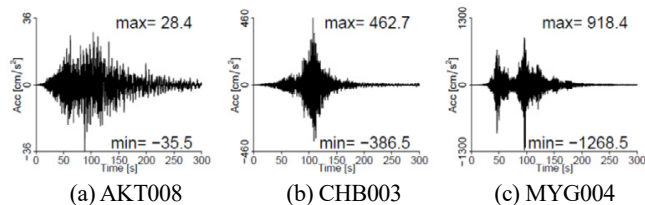


図6 加速度波形

図7は主成分得点で、いずれも第1次モードが卓越し、全体的な継続時間の長さを表す。各波形の特徴は高次モードに現れ、(a)2次, 4次が負で3次が正、(b)2次, 3次とも正、(c)3, 4次が負で7次程度までの高次モードも若干寄与、といった傾向を示す。

図8は第1~6次までのモードを順次合成して特徴ベクトルを復元した過程を示し、元の98次元特徴ベクトルと比較したものである。また図9は第6次までの合成結果にカーネル密度推定⁵⁾を適用して加速度パワーの包絡形状を推定したものである。これらの結果、低次のモード合成で高い再現性が得られていることがわかる。ただし

図8(c)、図9(c)の細部には不整合も見られ、こうした変動を再現するにはさらに高次の情報を要する。これは図7(c)の第7次モードが無視できないことに対応している。

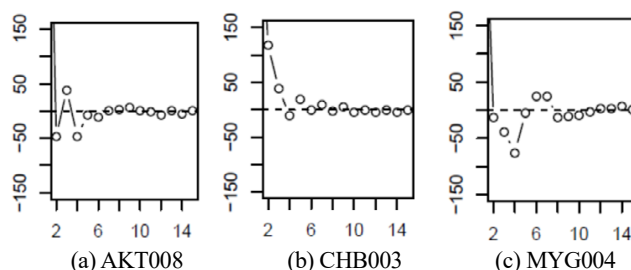


図7 第2~15次モードの主成分得点

(1次の値は枠外で、それぞれ829.4, 525.3, 524.6)

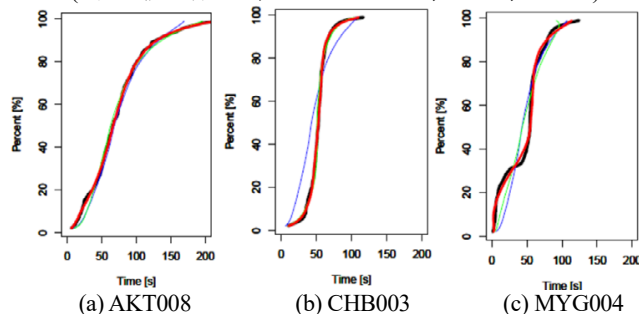


図8 モード合成による特徴ベクトルの復元 (黒: 98次元特徴ベクトル, 青・緑・赤: 1, 3, 6次までの合成結果)

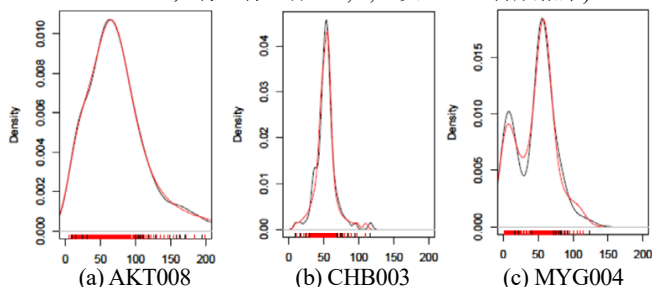


図9 カーネル密度推定による包絡形状の近似 (黒: 98次元特徴ベクトル, 赤: 6次までの合成結果)

4. おわりに

KL展開による正規直交基底を用いれば、3~6次元程度の部分空間で経時特性を概ね表現可能であるが、より高次の情報を要する場合もあることがわかった。今後、異なる地震に基づく基底との比較や、多数の観測点の主成分得点の空間分布についての検討を進める方針である。謝辞: 本研究では、(国研)防災科学技術研究所 K-NETの強震記録を使用させていただいた。記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 能島暢呂・久世益充・高島拓也: 地震動の経時特性の特徴抽出と階層的クラスター分析による分類, 日本地震工学会論文集, 2017. (登載決定)
- 2) 久世益充・能島暢呂・高島拓也: 地震動経時特性の特徴抽出と自己組織化マップによる評価, 土木学会論文集 A1S, Vol.73, No.4, 2017. (登載決定)
- 3) 石井健一郎・前田英作・上田修功・村瀬洋: わかりやすいパターン認識, オーム社, 1998, 204p.
- 4) (国研)防災科学技術研究所: 強震観測網(K-NET, KiK-net) <http://www.kyoshin.bosai.go.jp/kyoshin/>
- 5) 中村永友: 多次元データ解析法, R で学ぶデータサイエンス2, 共立出版, 2009, 248p.