

CFRP 板接着補修における不規則性の確率論的解析

関西大学 正会員 兼清泰明
 関西大学大学院 非会員 笠行健介
 関西大学 正会員 石川敏之

1. はじめに

本研究では、CFRP 板接着補修におけるはく離発生信頼性を向上させるための基礎的な考察として、接着部に生じる最大主応力の空間不規則変動のばらつきの特性を、確率場が駆動する空間変動型の確率微分方程式を用いて定量的に解析するための手法を新たに提案する。

2. CFRP 板接着における主応力の評価とはく離の照査

図1に示すように、突き合わせた長さ $2l$ の2枚の鋼板の上下面に長さ $2l$ のCFRP 板を接着固定し、鋼板の両端に引張力が作用する状況を想定する [1]。母材の鋼板の板幅を b_s 、板厚を t_s 、CFRP 板の板幅を b_p 、板厚を t_p 、鋼板の端点に働く軸力を P とする。ただし、CFRP 板に生ずる力および応力は $x = 0$ に關して対称であることから、 $0 \leq x \leq l$ における挙動のみを考察の対象とする。

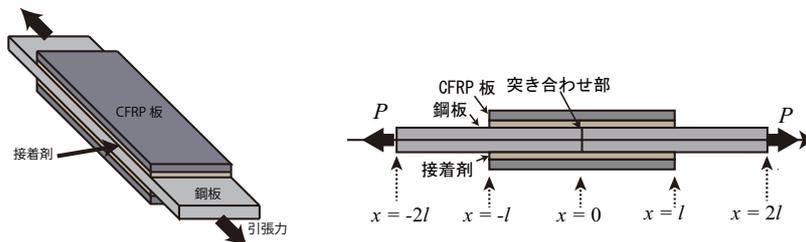


図1 鋼板突き合わせ部に接着されたCFRP板の模式図(左)と寸法図(右)

位置 x において、鋼板に作用する軸力を $N_s(x)$ 、CFRP 板に作用するせん断力を $V_p(x)$ とし、 $F_1(x) = N_s(x) - \xi_0 P$, $F_2(x) = N'_s(x)$, $F_3(x) = V_p$, $F_4(x) = V'_p(x)$, $F_5(x) = V''_p(x)$, $F_6(x) = V'''_p(x)$ と置くと、次の方程式が成立する。

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} F_1(x) \\ F_2(x) \\ F_3(x) \\ F_4(x) \\ F_5(x) \\ F_6(x) \end{pmatrix} = A(x) \begin{pmatrix} F_1(x) \\ F_2(x) \\ F_3(x) \\ F_4(x) \\ F_5(x) \\ F_6(x) \end{pmatrix}, \quad A(x) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_a^2(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & t_p \omega_a^4(x) & -4\omega_a^4(x) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

ただし、 G_e を接着剤のせん断弾性係数、 E_s を鋼板の弾性係数、 E_p をCFRP 板の弾性係数、 E_e を接着剤の弾性係数、 I_p をCFRP 板の断面二次モーメントとして、

$$c_a(x) = \sqrt{\frac{b_p G_e}{h(x)} \frac{2}{1 - \xi_0} \frac{1}{E_s b_s t_s}}, \quad \omega_a(x) = \sqrt[4]{\frac{b_p E_e}{4h(x)} \frac{1}{E_p I_p}}, \quad \xi_0 = \frac{1}{1 + 2 \frac{E_p b_p t_p}{E_s b_s t_s}} \quad (2)$$

であり、 $h(x)$ は位置 x における接着剤の厚さを表す。鋼板の突き合わせ部およびCFRP 板の端点における境界条件は、これらの変数を用いて、 $F_1(0) = -\xi_0 P$, $F_3(0) = 0$, $F_5(0) = 0$, $F_1(l) = (1 - \xi_0)P$, $F_3(l) = 0$, $F_6(l) = 0$ で与えられる。

鋼部材にCFRP 板を接着した場合のはく離発生に対する照査方法としては、接着剤に生じる主応力が限界値を超えたときにCFRP 板のはく離が生じるとする考え方がこれまでの研究では有力である。位置 x における接着剤に生じる主応力 $\sigma_p(x)$ は次式で表される [2]。

$$\sigma_p(x) = \frac{\sigma_y(x)}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_y(x)}{2}\right)^2 + \tau(x)^2}, \quad \tau(x) = \frac{1}{2b_p} F_2(x), \quad \sigma_y(x) = -\frac{1}{b_p} F_4(x) \quad (3)$$

ここで、 $\tau(x)$ と $\sigma_y(x)$ は接着剤に生じるせん断応力と垂直応力をそれぞれ表す。

3. 基本方程式の空間変動型確率微分方程式への拡張

本研究では接着剤厚さに空間的な揺らぎを取り入れ、その空間的不規則変動が、導出した鋼板軸力およびCFRP板せん断応力に対する基本方程式を通じて、接着部分のはく離発生の不確実性を形成すると考える。位置 x での接着剤厚さ $h(x)$ が、空間的に不規則に変動する確率場により数学的に取り扱うことができる。解析の都合上、 h_0 を長さの次元を有する定数として、

$$h(x) = \frac{h_0}{C(x)} \tag{4}$$

により平均が1の空間一様な無次元確率場 $C(x)$ を導入する。この結果、式(1)は独立変数が空間変数である確率微分方程式となる。確率微分方程式を対象とした数学理論は、独立変数が時間変数であるという前提で理論体系が構成されており、そのため、独立変数が空間変数となった場合に生じる境界条件を解の構成手順に取り入れることが難しい。このため、本研究では、伝達マトリクス法を応用した解の構成法を用いる [3]。

平均が1である接着剤の厚さの空間的不規則変動を記述する確率場 $C(x)$ は、実際の接着部の厚さのばらつきの特徴を反映し得るだけでなく、そのサンプル関数を計算機上で容易に発生し得るものである必要がある。そこで、本研究では、統計物理学の分野で広く用いられている Ornstein-Uhlenbeck 確率場を用い、これを各点ごとに変換するという手法を用いる。すなわち、確率場 $C(x)$ を、

$$C(x) = \varphi(C_0(x)), \quad dC_0(x) = -\frac{1}{l_c}\{C_0(x) - 1\}dx + \sqrt{\frac{2s_d^2}{l_c}}dW(x) \tag{5}$$

により構成する。ここで、 s_d は Ornstein-Uhlenbeck 確率場 $C_0(x)$ の標準偏差を、 l_c は空間的な相関距離を与える定数で、 $W(x)$ は Wiener 確率場であり、 $C_0(0)$ は平均がゼロ、標準偏差が s_d の正規分布に従う確率変数である。また、 $\varphi(x)$ は、 $C(x)$ の従う確率分布を、実際に $h(x)$ が従う確率分布形に変換するための確定関数である。

4. 統計的解析と考察

図2は、接着剤厚さの分布形が正規分布 ($\varphi(x) = x$) で、変動係数 $s_d = 0.3$ 、相関距離 $l_c = 400$ [mm] の場合について、本提案モデルから生成した主応力 $\sigma_p(x)$ の空間変動のサンプルをプロットしたものである。この結果から、端点で主応力が最大となる可能性が圧倒的に高く、同時に端点における主応力のばらつきが非常に大きくなることわかる。

また、 $s_d = 0.3$ 、 $l_c = 200$ [mm] の場合の主応力の最大値の分布を調べるために、同様に本手案モデルに基づいて1000個のサンプルを生成して、確率紙にプロットしたものを図3に示す。この結果から、正規分布、あるいは Weibull 分布が最も適合性の良い分布であることがわかる。

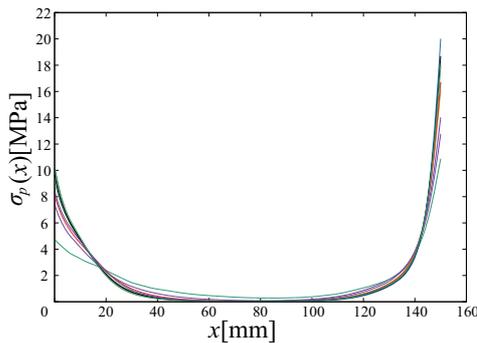


図2 $s_d = 0.3$ 、 $l_c = 400$ [mm] の場合の主応力 $\sigma_p(x)$ のサンプル挙動

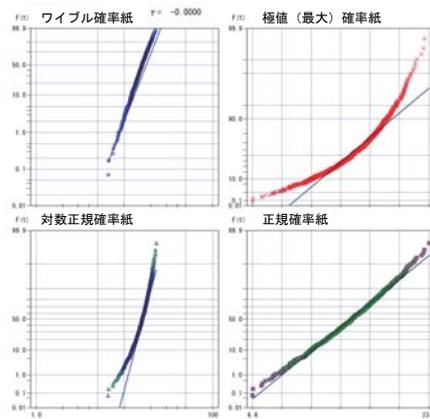


図3 $s_d = 0.3$ 、 $l_c = 200$ [mm] の場合の $\sigma_p(l)$ のサンプルの確率紙プロット

参考文献

[1] 清水優, 石川敏之, 堀井久一, 服部篤史, 河野広隆: “当て板接着された突き合わせ鋼板のはく離強度の評価”, 鋼構造論文集, 第22巻, pp1-11, 2015.

[2] Cadei, J. M. C., T. J. Strafford, L. C. Hollaway and W. G. Duckett: “Strengthening metallic structures using externally bonded fibre-reinforced polymers”, CIRIA, C595, 2004.

[3] 田中泰明: “剛性率の空間的不規則変動によるせん断梁の確率的応答”, 日本機械学会論文集(C編), 第66巻, pp44-49, 2000.