

拡散による破壊現象における亀裂パターン形成の数値解析

慶應義塾大学大学院 学生員 ○廣部 紗也子
慶應義塾大学 正会員 小國 健二

1. はじめに

乾燥や冷却による材料内の水分／熱拡散は、材料の不均一な体積収縮を伴い、亀裂を発生させる。このような亀裂は、しばしば特徴的な長さスケールをもったパターンを形成する。乾燥亀裂や柱状節理、ガラスの急冷によって発生する蛇行した亀裂などがその顕著な例である。乾燥亀裂は網目状構造をもち、特徴的なサイズの多角形セルを形成する。また、溶岩の冷却過程で形成される柱状節理では六角柱状の亀裂構造が観察される。さらに、熱したガラスを端部から急冷することにより、一定の振幅・波長をもった波型の亀裂が形成される。これらの例から、「拡散による破壊現象は均質な場に特徴的な長さスケールをもったパターンを形成する」と考えることができる。

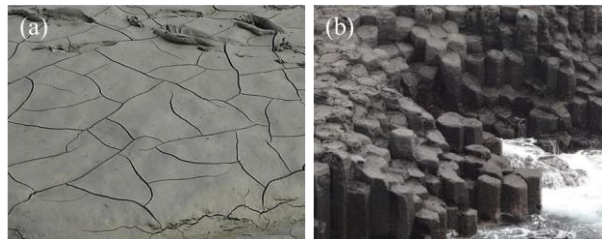


図-1 拡散による破壊現象の例.

(a) 乾燥破壊現象, (b) 柱状節理

拡散による破壊現象が、水分／熱拡散、材料の変形、破壊という 3 つの物理現象の相互作用によって成り立っているこ

とは明らかであるが、それぞれの物理現象とその相互作用が亀裂パターンの決定において果たす役割については明らかにされておらず、従って、亀裂パターン形成のメカニズムは未だ解明されていない。

2. 目的

本研究は、拡散による破壊現象における亀裂パターン形成の問題に対し、拡散・変形・破壊の連成モデルを提案する。提案したモデルに基づき、有限要素法と粒子離散化有限要素法（PDS-FEM: Particle Discretization Scheme Finite Element Method）を用いた拡散と変形・破壊の弱連成解析を行うことで、特徴的な長さスケールをもつ亀裂パターンの形成過程を再現し、そのメカニズムを明らかにすることを目的とする。

3. 拡散・変形・破壊の連成モデル

本研究が提案する拡散・変形・破壊の連成モデルは、連続体力学の枠組みで構成される。亀裂面 Γ を内部に含む等方均質線形弾性体 Ω を仮定すると、 Ω 内の水分／熱移動は拡散方程式 $\dot{\theta} = D\nabla^2\theta$ によって表すことができる。ここで、 θ は水分量または温度を表す。亀裂面 Γ は Ω の内部 Neumann 境界とみなし、 Γ 上には蒸発／冷却による水分／熱フラックス q^Γ が与えられる。拡散方程式に、 Ω の外部境界 $\partial\Omega$ と亀裂面 Γ に対する境界条件、 θ の初期分布を加えた初期値境界値問題を解くことによって、 Ω 内における θ の分布の時間変化を得る。

一方、 Ω の変形は力のつり合い式 $\nabla \cdot \sigma = 0$ によって表される。ただし、応力テンソル σ は、歪みテンソル ε 、

収縮歪みテンソル ε^s 、弾性テンソル c を用いて

$\sigma = c : (\varepsilon - \varepsilon^s)$ のように計算される。ここで、収縮歪み

テンソル ε^s はある位置 x における θ の変化量と水分／熱

収縮係数 α から計算することができる。また、変形の問題

において、亀裂面 Γ におけるトラクションがゼロとなる

ことから、亀裂面 Γ には $\sigma \cdot n = 0$ の Neumann 型境界条件

が与えられる。よって、 Ω の変形は、力のつり合い式

に Ω の外部境界 $\partial\Omega$ と亀裂面 Γ に対する境界条件を加えた

境界値問題を解くことによって得ることができる。

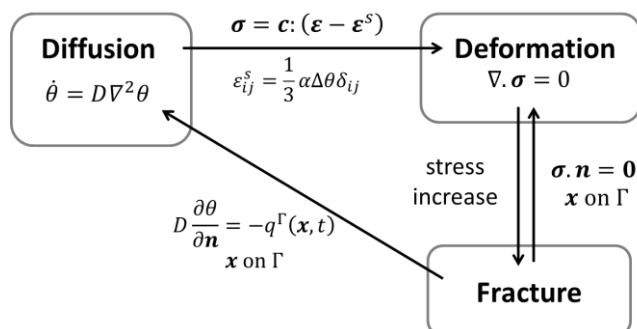


図-2 連成モデルの構造

キーワード パターン形成, 連成モデル, 破壊, 粒子離散化有限要素法

連絡先 〒223-8522 神奈川県横浜市港北区日吉 3-14-1 慶應義塾大学理工学部 TEL 045-566-1834

以上の拡散・変形・破壊の連成モデルの構造を図2に示す。この連成モデルは、拡散量の時間変化を得るための初期値境界値問題と材料の変形を得るための境界値問題によって定式化することができ、図2のように、これら2つの境界値問題の連成は、収縮歪み ϵ^s と亀裂面のジオメトリの共有によって行われる。

4. 解析手法

提案した連成モデルを数値的に扱うには、拡散の問題にも適用できる破壊解析手法が必要となる。本研究では、拡散の問題に対する初期値境界値問題の解析手法として、四面体一次要素による通常の有限要素法を用い、変形と破壊の強連成解析手法として PDS-FEM を用いる。

PDS-FEM は、共役な2つの図形 (Voronoi 分割と Delaunay 分割) 上に定義される不連続な形状関数を用いて、物理場に粒子的な離散化を施す手法である。亀裂面は Voronoi 分割の境界面で定義され、Voronoi 分割間の相互作用は剛性マトリクスによって表される。変形の問題における亀裂面の影響 (i.e., $\sigma \cdot n = 0$) は Voronoi 分割間の相互作用の喪失 (剛性マトリクスの変化) によって表現される。Delaunay 分割が通常の有限要素法における四面体要素に対応することから、PDS-FEM の亀裂モデルを拡散の問題の有限要素解析にも導入することができる。拡散の問題で亀裂面 Γ に与えられた Neumann 型境界条件は、破壊した四面体要素に異方性をもつ拡散係数 D を導入し、要素を構成する節点に蒸発によるフラックス q^r を与えることでモデル化できる。

本研究では、これら拡散の問題に対する有限要素解析と変形・破壊の PDS-FEM 解析の弱連成解析を行う。

5. 数値解析結果

本研究では、まず乾燥亀裂のパターンに主眼を置き、炭酸カルシウム懸濁液の乾燥破壊実験で観察される亀裂パターンと数値解析結果を比較した。乾燥破壊実験では、炭酸カルシウム懸濁液を幅 100[mm]、奥行 100[mm]、高さ 50[mm]の亚克力容器に深さ H[mm]まで注いで室温で乾燥させた後、上面に形成された亀裂パターンを観察した。ただし、深さ H は 5[mm]から 30[mm]の間で変化させた。この実験条件に従い、解析では幅 100[mm]、奥行 100[mm]、深さ H[mm]の直方体モデルを用意し、四面体非構造メッシュによる有限要素モデルを作成した。実験における容器と試料の境界面 (解析モデルの側面と底面) の変位は試料と容器の癒着によって拘束されているとし、蒸発は上面からのみ起こるとした。乾燥亀裂の問題においては、連成モデル内の拡散量 θ は体積含水率となる。

図3に深さ 10[mm]の場合の上面の亀裂パターンについて、実験結果と解析結果を示す。解析結果では実験結果と同様、上面に網目状の亀裂が形成され、特徴的なサイズをもった多角形セルを形成していることが分かる。実験では、セルの特徴的なサイズが深さ H[mm]の増加に従って増加することが分かっているが、解析においてもこの増加傾向を再現することができた。

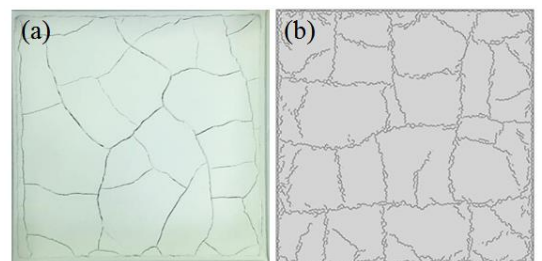


図-3 乾燥亀裂パターン。

(a) 実験結果, (b) 解析結果

6. まとめ

本研究では、拡散による破壊現象における亀裂パターン形成の問題に対し、拡散・変形・破壊の連成モデルを提案した。また、乾燥亀裂のパターンの再現に主眼を置き、提案したモデルに基づいた、有限要素法と PDS-FEM による弱連成解析を行った。実験結果と解析結果は亀裂パターンの形状及びパターンの長さスケールに関して良好に一致したことから、提案した連成モデルは拡散による破壊現象における亀裂パターン形成の基本的なメカニズムを捉えているということが出来る。本研究の連成モデル及び解析手法を、柱状節理やガラス板の急冷で観察される亀裂パターンにも適用し、一般化を図ることが今後の課題である。

参考文献

- ・ 廣部紗也子, 小國健二: 乾燥破壊現象における亀裂パターン形成の数値解析, 土木学会論文集 A2, Vol.72, No.1, pp. 38-48, 2016.
- ・ Hirobe, S. and Oguni, K.: Coupling analysis of pattern formation in desiccation cracks, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol.307, pp.470-488, 2016.