表面波を用いた半無限弾性体に作用する加振力の推定手法の開発

○東京工業大学　学生会員　永雄康二
東京工業大学　正会員　古川　陽
東京工業大学　正会員　廣瀬壮一

1.　はじめに

現在，非破壊検査では主にハンマーを用いた打音法や超音波探傷法が用いられている．しかしながら，大規模な土木構造物であるトンネルや橋梁などの高所での検査において，これらの手法は危険な作業を伴い，多くの人員が必要となる．このため，近年新たな非破壊検査手法としてレーザーを用いた探傷法が注目されている．レーザーを用いた検査では遠距離での検査が可能であり，高所も安全に検査ができるといった利点が存在する [1]．

レーザー探傷法は，対象物表面において，レーザーによって波動を励起し，かつ受信するものである．この際，対象物表面に波動を発生させるために必要な加振力を推定することは，より詳細な検査の実施や特定の性質を持つ波動の励起などへの応用に対し，重要な課題の一つである．

このため本研究では，半無限弾性体の表面を伝播する表面波から波動励起のための加振力の推定を行う．具体的には，半無限弾性体表面を伝播する波動に対する 2 次元の Lamb の問題の解とカルマンフィルタを用いて半無限弾性体表面に作用する加振力の時間的・空間的な分布の推定を行う．

2.　表面波の理論とカルマンフィルタによる推定

2 次元での半無限弾性体表面に作用する加振力とそれによって励起されて半無限弾性体表面を伝播する表面波について考える．図 1 に示すように，$x_2 = 0$ を表面とする半無限弾性体について均質的かつ等方的であるとすると，加振力分布を与えた際の表面での位置 x_1，時間 t に関するレイリー波の粒子速度の鉛直方向は以下のように表現できる．

$$w(x_1,t) = \int_0^t \int_\Omega W_R(|x_1 - y_1|, t-\tau) q(y_1,\tau) d\Omega(y_1) d\tau \tag{1}$$

ここで $W_R(|x_1 - y_1|, t-\tau)$ は文献 [2] に示す以下の式のフーリエ逆変換で求めることができる．

$$\tilde{W}_R(x_1,\omega) = -\frac{\omega}{\mu}\frac{k_T^2\sqrt{k_R^2-k_L^2}}{F'(k_R)}\exp(-\mathrm{i}k_R x_1) \tag{2}$$

ここで $q(y_1,\tau)$ は，原点近傍の領域 Ω に作用している加振力分布，$x_1(>y_1)$ と ω は，それぞれ計測点と角周波数を表している．さらに i は虚数単位，μ はせん断弾性係数を表している．k_L，k_T および k_R は, それぞれ縦波，横波およびレイリー波の波数を表している．また $F'(\xi)$ は $F(\xi)$ の ξ についての 1 階の微分であり，$F(\xi)$ は

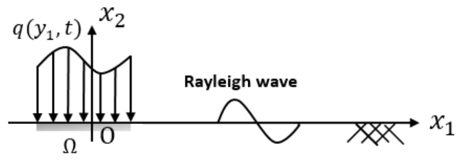

図 1 分布荷重によって励起される表面波

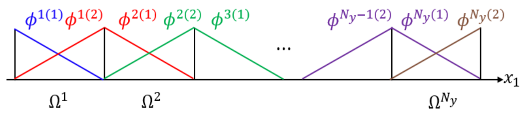

図 2 形状関数 ϕ^N のイメージ

$$F(\xi) = \left(2\xi^2 - k_T^2\right)^2 - 4\xi^2\sqrt{\xi^2-k_L^2}\sqrt{\xi^2-k_T^2} \tag{3}$$

で与えられる．

本稿では時刻 τ と領域 Ω の積分について数値的に評価をする．時間 τ についての積分は時間増分 Δt について矩形積分を行う．一方で領域 Ω についての積分は領域 Ω を小領域 Ω^i $(i = 1,2,\cdots,N_y)$ に分割し，線形近似することで離散化を行い値を評価する．したがって，計測点 x_1^M，離散化した時間 t_n $(= n\Delta t)$ でのレイリー波の粒子速度は以下の形で与えられる．

$$w_M^{(n)} = \sum_{k=1}^{n}\sum_{N=1}^{N_y+1} H_{MN}^{(n-k)} q_N^{(k)} \tag{4}$$

ここで，$n = 1,2,\cdots,N_t$，$M = 1,2,\cdots,M_O$ であり M_O は計測点の数を表す．このとき，$H_{MN}^{(l)}$ は以下のように与えられる．

$$H_{MN}^{(l)} = \Delta t \int_\Omega W_R(|x_1^M - y_1|, l\Delta t)\phi^N(y_1) d\Omega(y_1) \tag{5}$$

ただし ϕ^N を次のように定義する (図 2)．

$$\phi^N = \phi^{N-1(2)} + \phi^{N(1)} \tag{6}$$

ここで $\phi^{N(1)}$，$\phi^{N(2)}$ は Ω^N で値を持ち，それ以外の領域ではゼロとなる形状関数である．加振力の推定はカルマンフィルタを用いる．カルマンフィルタを用いる際は観測方程式と状態方程式が必要となる．反復回数を k としたとき，観測方程式は以下のように表現される．

Key Words: 半無限弾性体、レイリー波，カルマンフィルタ
〒 152-8552　東京都目黒区大岡山 2-12-1

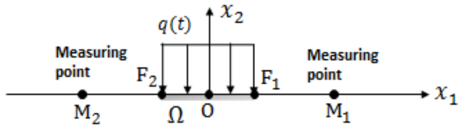

図 3 一様加振力分布と計測点

表–1 半無限弾性体の材料定数

密度 (kg/m^3)	縦波速度 (m/s)	横波速度 (m/s)
7800	5870	3140

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \tag{7}$$

ここで $\mathbf{y}_k$，$\mathbf{x}_k$ はそれぞれ観測ベクトル，状態量ベクトルを表しており，$\mathbf{H}_k$ は観測行列を表している．また $\mathbf{v}_k$ は観測ノイズを表している．一方，状態方程式は以下のように表現できる．

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k \tag{8}$$

式 (4) と観測ノイズを除いた式 (7) を比較すると，観測ベクトルと状態量ベクトルはそれぞれレイリー波の粒子速度と加振力に対応する．したがって，本稿では式 (4) に観測ノイズを加えたものを観測方程式，観測ベクトル $\mathbf{y}_k$ を粒子速度とし，状態量ベクトル $\mathbf{x}_k$ を加振力として推定する．

3. 推定結果

本節では前節に構築した手法を用いて図 3 に示すよう領域 Ω に作用する一様加振力分布の推定を行う．ここでの加振領域は $-20\text{ mm} \leq x \leq 20\text{ mm}$ とし，加振力の時刻歴を以下のように与える．

$$q(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left(1 - \cos\dfrac{2\pi t}{T}\right) & : 0 \leq t \leq T \\ 0 & : t < 0, T < t \end{cases} \tag{9}$$

ここで，T は加振時間を表しており，$T = 10\mu\text{s}$ とする．推定に用いた材料定数は表 1 に示すとおりである．今回の推定では小領域の数を 1 つ ($N_y = 1$)，計測点を 2 つ ($M_O = 2$) とし，計測点 M_1 の座標は $x_1 = 200\text{mm}$，M_2 の座標は $x_1 = -200\text{mm}$ とする．計測点 M_1，M_2 で観測される粒子速度の時刻歴は図 4，図 5 となる．また今回入力した観測ノイズの初期値は $1 \times 10^{-19}\ \text{m}^2/\text{s}^2$ とし，反復回数 k は 10 回とする．

図 6 に加振力分布の右端の点 F_1 での加振力と推定加振力の比較を示し，図 7 に左端の点 F_2 での加振力と推定加振力の比較を示す．図 6 と図 7 から加振力の推定値は与えた加振力と概ね一致することが確認できる．

4. おわりに

本稿では 2 次元での Lamb の問題の解とカルマンフィルタを用いて加振力分布の推定手法の構築を行った．また，

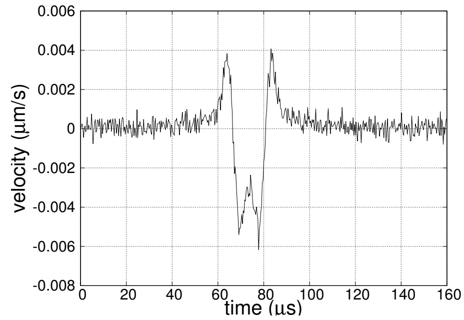

図 4 計測点 M_1 で観測した速度波形

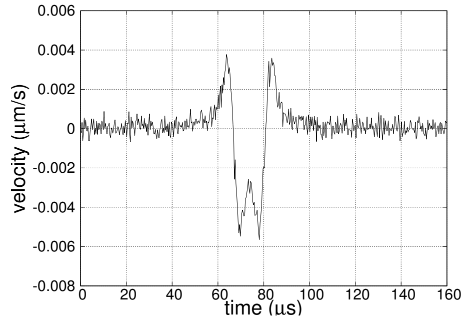

図 5 計測点 M_2 で観測した速度波形

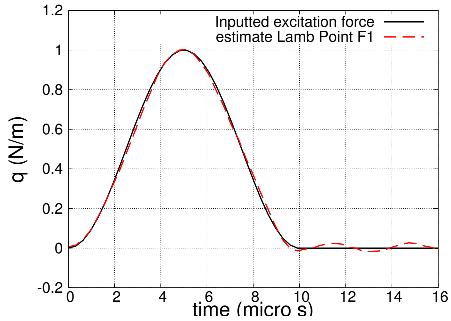

図 6 点 F_1 での加振力と推定加振力の比較

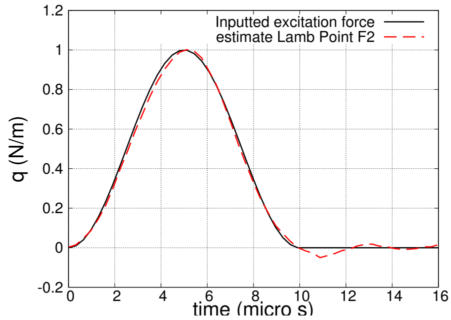

図 7 点 F_2 での加振力と推定加振力の比較

この手法を用いてレイリー波の粒子速度から加振力の推定を行い，推定値が概ね一致することを確認した．今後は 3 次元での Lamb の問題の解を用いた加振力分布の推定手法の構築を行うとともにレーザーを用いた実験を行い，実験での計測結果からレーザーによる加振力の推定を行う．

参考文献

1) 篠田昌弘, 大村寛和, 御崎哲一, 島田義則, 内田成明 : レーザー加振によるコンクリート部材の非破壊検査法の開発, 鉄道総研報告, Vol. 23, No. 12, pp. 29-34, 2009.
2) Lamb, H. : On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid, *Phil. Trans. R. Soc. Land.*, Vol. 203, pp. 1-42, 1904.