屈曲CFRP構造内部の層間剥離による超音波散乱シミュレーション

○群馬大学大学院理工学府 正会員 斎藤隆泰
株)IHI エアロスペース 非会員 今井済
株)IHI エアロスペース 非会員 山添智
株)IHI エアロスペース 非会員 佐藤明良

1. はじめに

近年, 軽量かつ高強度な CFRP(Carbon Fiber Reinforced Plastic) の様々な分野への応用が進んでいる. 通常, CFRP は現場ではなく工場等で成形されるが, 成形する際の外部圧力状態や複雑形状が原因で, CFRP の層間が完全に接着されない場合がある. その場合, 非破壊評価を用いて事前に未接着部分等を検出しておくことが望ましい. しかしながら CFRP は, 強い音響異方性を示すため, 欠陥からの散乱波がどのような経路を辿るか理解することが難しく, 検査精度の低下を招く可能性が指摘されている. 一般的に, 層間剥離は, 屈曲部分等に対して生じ易いと考えられる. そのような屈曲 CFRP 構造内部の超音波シミュレーションは, 例えば Xu ら [1] による FDTD 法を用いた解析例がある. しかしながら, FDTD 法は, 異方性主軸と幾何座標系の取り方に制約がある等の問題もある. そこで本研究では, 有限要素法 (FEM) を用いて屈曲 CFRP 構造内部に存在する層間剥離による超音波シミュレーション手法を構築することを行う.

2. 解くべき問題

図 1 のような層間剥離を含む屈曲 CFRP 構造を考える. 一般的に, 異方性材料中の弾性波は位置 $\boldsymbol{x}$, 時刻 t において, 物体力を無視すると, それぞれ次の運動方程式と構成式を満足する.

$$\sigma_{ij,j}(\boldsymbol{x},t) = \rho \ddot{u}_i(\boldsymbol{x},t) \qquad \text{(運動方程式)} \tag{1}$$

$$\sigma_{ij}(\boldsymbol{x},t) = C_{ijkl} u_{l,k}(\boldsymbol{x},t) \qquad \text{(構成式)} \tag{2}$$

ここで, $\sigma_{ij}(\boldsymbol{x},t)$ は応力, ρ は異方性材料の密度, $[\ ]_{,i}$ は空間微分を, $\dot{[\ ]}$ は時間に関する微分を表す. また, C_{ijkl} は弾性定数を表す. 式 (1), (2) を満足する変位 $u_i(\boldsymbol{x},t)$ 等を図 1 に示す CFRP 屈曲部の音響異方性を考慮して求める.

3. 有限要素法の定式化

有限要素法の定式化には Galerkin 法 [2] を適用する. 式 (1) に式 (2) を代入し, イメージベース有限要素法の利用を視野にいれ, 正方形一次要素の形状関数 $N_\alpha (i=1,...,4)$ を重み関数として乗じた後, 要素 e の領域 v_e で積分した結果を要素毎に重ね合わせれば次の式を得る.

$$\sum_{e=1}^{m} \int_{v^e} N_\alpha \left(C_{ijkl} u_{l,kj} - \rho \ddot{u}_i \right) dv = 0 \tag{3}$$

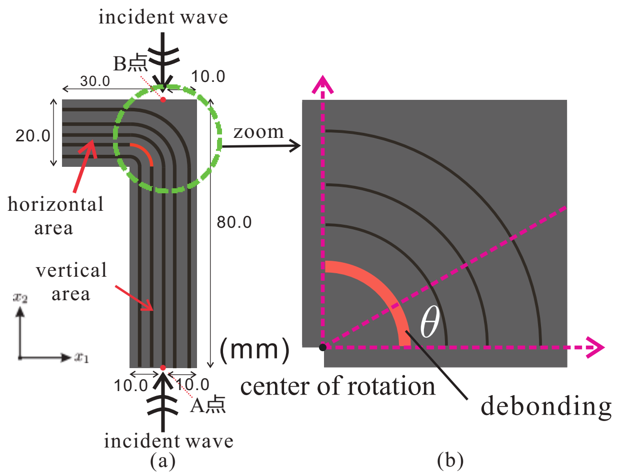

図 1 屈曲 CFRP 解析モデル (a) 形状と入射点 (b)L 字屈曲領域の拡大図.

ここで, m は全有限要素数である. 一方, Gauss-Green の定理より, 次の関係が成り立つ.

$$\int_{v^e} N_\alpha u_{l,kj} dv^e = \int_{S^e} N_\alpha u_{l,j} n_k dS^e - \int_{v^e} N_{\alpha,k} u_{l,j} dv^e \tag{4}$$

ここで, S_e は要素 e の境界であり, n_k は境界上の単位法線ベクトルの成分である. 式 (3) に式 (4) を代入し, 整理すると次の式を得る.

$$\sum_{e=1}^{m} \sum_{\beta=1}^{4} \Big[\int_{v^e} C_{ijkl} N_{\alpha,k} N_{\beta,j} dv u^e_{l\beta} + \int_{v^e} \rho N_\alpha N_\beta dv \ddot{u}^e_{i\beta} - \int_{S^e} N_\alpha N_\beta ds t^e_{i\beta} \Big] = 0 \tag{5}$$

ここで, 式 (5) を行列表示すると

$$[K]\{u_i\} + [M]\{\ddot{u}_i\} - \{T_i\} = 0 \tag{6}$$

となる. ただし, $[K]$ は全体剛性マトリクス, $\{u_i\}$ は節点変位ベクトル, $[M]$ は全体質量マトリクス, $\{T_i\}$ は表面力ベクトルを表す. 次に, 式 (6) 左辺第二項における $\{\ddot{u}_i\}$ を中心差分で近似する. 式 (6) を陽解法で解くために, $[M]$ に集中化を施し, 対角行列と仮定すると, 第 $n+1$ ステップにおいて, 式 (6) は以下のように表せる.

$$\{u_i\}_{n+1} = -\left[(\Delta t^2 [M]^{-1}[K] + 2[E] \right] \{u_i\}_n - \{u_i\}_{n-1} + (\Delta t)^2 [M]^{-1} \{T_i\} \tag{7}$$

ここで, Δt は時間増分, $[E]$ は単位行列である. 式 (7) に初

Key Words: 超音波非破壊評価, CFRP, 異方性弾性波動, 時間領域有限要素法
〒 376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1・TEL/FAX:0277-30-1610

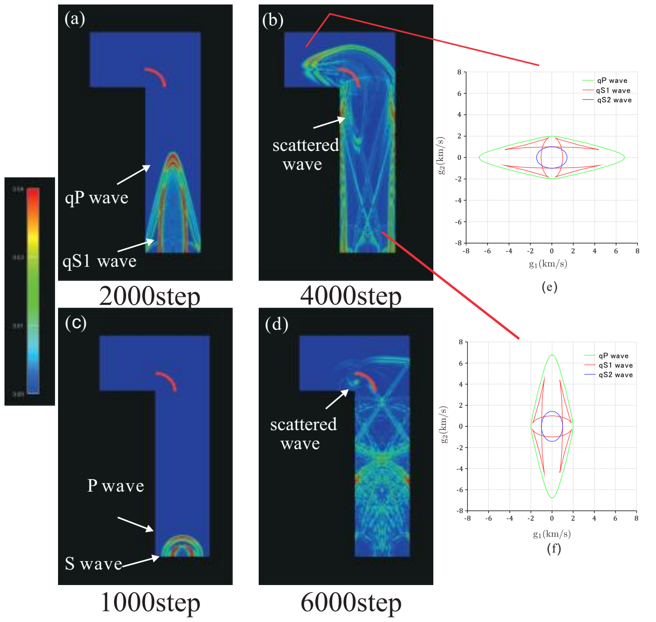

図 2 A 点入射の場合の解析結果 (a),(b)CFRP の場合 (c),(d) 等方性の場合 (e)CFRP の水平領域 (f) 鉛直領域の群速度曲線.

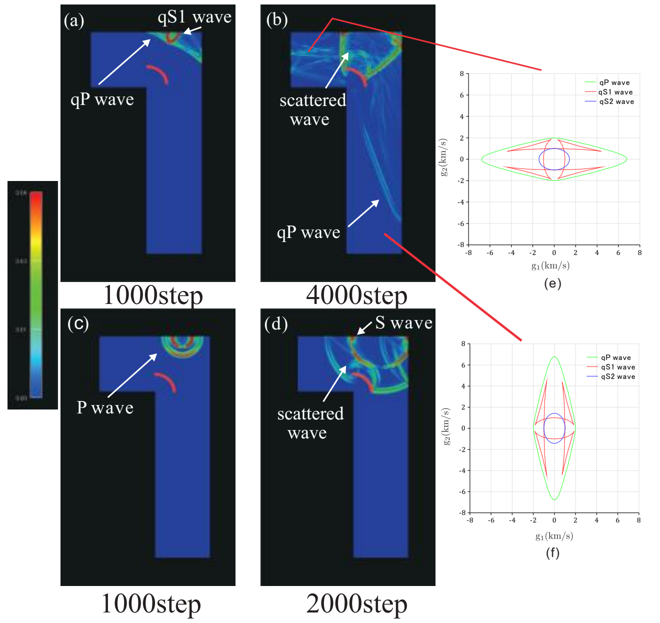

図 3 B 点入射の場合の解析結果 (a),(b)CFRP の場合 (c),(d) 等方性の場合 (e)CFRP の水平領域 (f) 鉛直領域の群速度曲線.

期条件を代入し, 逐次的に解くことで第 n ステップにおける変位 $\{u_i\}_n$ を得ることができる.

4. 屈曲 CFRP 構造のモデル化

CFRP の音響異方性は CFRP 中の繊維の配向に依存する. そのため CFRP の屈曲部分のモデル化には繊維方向に応じた弾性定数を求める必要がある. 本研究では繊維配向が屈曲部分で連続的に変化する点に着目し, 弾性定数を図 1(b) のような水平領域からの屈曲角 θ の関数で導出する. 本解析では屈曲角 θ に対するフォークト表記された弾性定数 c'_{ij} を次のように与えた.

$$
\begin{aligned}
c'_{11} =& \cos^2\theta(c_{11}\cos^2\theta + c_{21}\sin^2\theta)\\
&+\sin^2\theta(c_{12}\cos^2\theta + c_{22}\sin^2\theta) + 4c_{66}\cos^2\theta\sin^2\theta\\
c'_{12} =& \sin^2\theta(c_{11}\cos^2\theta + c_{21}\sin^2\theta)\\
&+\cos^2\theta(c_{12}\cos^2\theta + c_{22}\sin^2\theta) - 4c_{66}\cos^2\theta\sin^2\theta\\
c'_{16} =& -\cos\theta\sin\theta(c_{11}\cos^2\theta + c_{21}\sin^2\theta) + \cos\theta\sin\theta\\
&(c_{12}\cos^2\theta + c_{22}\sin^2\theta) + 2c_{66}\cos\theta\sin\theta(\cos^2\theta - \sin^2\theta)\\
c'_{22} =& \sin^2\theta(c_{11}\sin^2\theta + c_{21}\cos^2\theta)\\
&+\cos^2\theta(c_{12}\sin^2\theta + c_{22}\cos^2\theta) + 4c_{66}\cos^2\theta\sin^2\theta\\
c'_{26} =& -\cos\theta\sin\theta(c_{11}\sin^2\theta + c_{21}\cos^2\theta) + \cos\theta\sin\theta\\
&(c_{12}\sin^2\theta + c_{22}\cos^2\theta) - 2c_{66}\cos\theta\sin\theta(\cos^2\theta - \sin^2\theta)\\
c'_{66} =& (c_{11} + c_{22})\cos^2\theta\sin^2\theta\\
&-2c_{12}\cos^2\theta\sin^2\theta + c_{66}(\cos^2\theta - \sin^2\theta)^2 \qquad (8)
\end{aligned}
$$

ただし, c_{ij} は図 1(a) における水平領域 (horizontal area) でのフォークト表記された弾性定数である. 上式で求めた c'_{ij} を 図 1(b) 中の屈曲部分の角度 θ に対して与え, FEM 解析を実行することで超音波シミュレーションを実行することができる.

5. 数値解析例

図 1(a) に対する数値解析例を示す. 全有限要素数は m=200000, 時間増分 Δt は 2.0(ns) とし, 層間剥離は図 1(b) に示す回転中心点より半径 6mm の位置にあり, 中心から繊維に沿って点対称とし, 厚さ 1mm で与えた. また, 入射波は 2MHz の正弦波とした. 水平領域における弾性定数 c_{ij} は c_{11}=160.7, c_{12}=6.4, c_{22}=13.9, c_{66}=3.5(単位は GPa) で与えた. 図 2(a), (b) に図 1(a) の A 点より入射波を与えた場合の CFRP 内部の面内波動場 $|\boldsymbol{u}|$ の解析結果を示す. 比較のため図 2(c), (d) に等方弾性体 (鋼材を想定) の場合の結果を, 参考のため, θ=0, 90 度, すなわち CFRP の鉛直, 水平領域の群速度曲線を図 2(e), (f) に示している. 図 2(a), (c) から CFRP は等方弾性体より繊維方向に対して速く伝搬していることが確認できる. また, qP 波, qS1 波の波動伝搬は図 2(e), (f) に示す群速度曲線に従って伝搬していることがわかる. さらに図 2(b) から qP 波は屈曲部で繊維方向に沿って伝搬していることが確認できる. また, 層間剥離からの散乱 qP 波も確認できる. 次に図 1(a) の B 点から入射波を与えた結果, および群速度曲線等も同様に図 3(a)-(f) に示す. 図 3 より, CFRP では qP 波が繊維に沿って伝搬する等, 図 2 で示した結果と同様の傾向を見て取れる.

6. まとめ

FEM を用いて, 屈曲 CFRP 構造中の層間剥離に対する 2 次元超音波シミュレーションを行った. 今後は, 層間剥離に対する逆問題解析や 3 次元問題への拡張を行う予定である.

参考文献

1) N. Xu and Z. Zhou: Numerical simulation and experiment for inspection of corner-shaped components using ultrasonic phased array, NDT&E international, vol.63, pp.28-34, (2014)
2) 矢川元基・吉村忍共著: 計算力学と CAE シリーズ 1 有限要素法, 培風館, (1991)