粒子フィルタによる振動データからの構造部材の損傷推定

愛媛大学　正員　○中畑和之
愛媛大学　学生員　Aisyah Zabri，齊藤　中
京都大学　正員　村上　章

1. はじめに

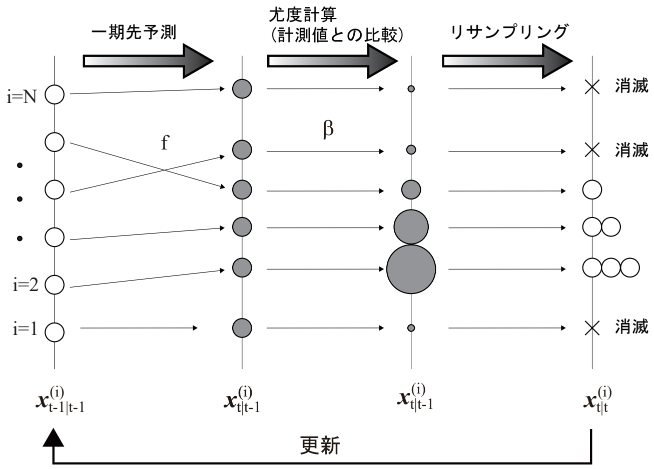
コンピュータによる大規模計算が高速に実施できるようになり，数値シミュレーションを実験データで更新しながら精度を高めていくデータ同化が，近年盛んに研究されている．粒子フィルタ[1]はベイズの定理に基づくモンテカルロ近似の一種であり，計測データに潜む状態量を推定する手法である．粒子フィルタは，確率分布を近似する粒子群を生成し，計測値との尤度に基づいて更新時に粒子の生成・消滅を行う．本研究では，粒子フィルタを用いて，構造部材中の減肉部の位置と大きさを複数の固有振動数から推定することを試みる．これまで，振動データを用いた構造ヘルスモニタリングにおいて粒子フィルタの適用例が報告されているが，そのほとんどが多質点系のモデル[2]を用いたものである．ここでは，有限要素で分割した数値モデルを採用し，有限要素法によるモーダル解析で得られた結果と計測値をデータ同化する試みについて述べる．なお，本研究では計測値の代替として，数値シミュレーションで作成した固有振動数を用いた．

2. 粒子フィルタによる状態量の同定

センサ等で得られる固有振動数等の計測可能な量を $\boldsymbol{y}$ とする．減肉部の位置，大きさ，個数といった直接観察できない潜在変数を状態ベクトルといい，$\boldsymbol{x}$ で表す．時刻 t において，計測量 $\boldsymbol{y}_t$ と状態量 $\boldsymbol{x}_t$ は次の計測モデルによって表現される．

$$\boldsymbol{y}_t = h_t(\boldsymbol{x}_t) + \boldsymbol{\epsilon}_t \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{\epsilon}_t$ は計測時に混在するノイズ項である．ステップ t までの計測値の集合を $\boldsymbol{Y}_t = \{\boldsymbol{y}_1, \cdots, \boldsymbol{y}_t\}$ とおく．時刻 $t-1$ までの計測値 $\boldsymbol{Y}_{t-1}$ から時刻 t の状態 $\boldsymbol{x}_t$ を推定することを予測といい，$\boldsymbol{Y}_t$ から事後の状態 $\boldsymbol{x}_t$ を推定することをフィルタリングとよぶ．状態ベクトルの事前の確率分布 $p(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{Y}_{t-1})$ と事後の確率分布 $p(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{Y}_t)$ を，粒子サンプルの集合 $(i = 1 \sim N)$ を用いて近似するのが粒子フィルタである．粒子フィルタによる状態値の推定フローを図–1 に示す．ステップ $t-1$ におけ



図–1 粒子フィルタによる状態量の同定のフロー

るサンプルの集合を $\boldsymbol{x}^{(i)}_{t-1|t-1}$ とする．次のシステムモデルの式：

$$\boldsymbol{x}^{(i)}_{t|t-1} = f(\boldsymbol{x}^{(i)}_{t-1|t-1}) + \boldsymbol{v}_t \tag{2}$$

によって一期先予測のサンプル集合が得られる．ここで，$\boldsymbol{v}_t$ はシステムノイズである．

次に，予測サンプル $\boldsymbol{x}^{(i)}_{t|t-1}$ を計測値 $\boldsymbol{y}_t$ と照らし合わせ，尤度を計算する．

$$p(\boldsymbol{x}_t|\boldsymbol{y}_{1:t}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{w^{(i)}_{t|t-1}}{\sum_{j=1}^{N} w^{(j)}_{t|t-1}} (\boldsymbol{x}_t - \boldsymbol{x}^{(i)}_{t|t-1}) \tag{3}$$

尤度とは $w^{(i)}_{t|t-1}$ は，$\boldsymbol{x}^{(i)}_{t|t-1}$ でのときに計測値 $\boldsymbol{y}_t$ を得る確率であり，式 (1) の計測モデルから推定する．

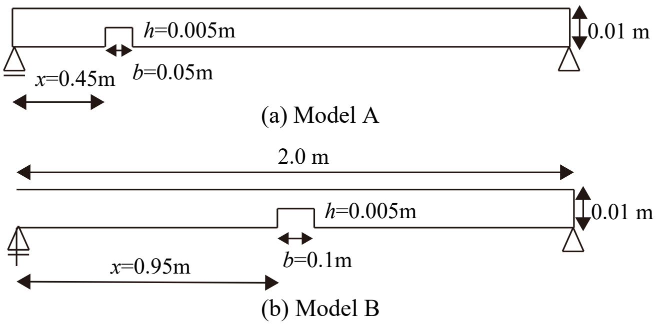
$$w^{(i)}_{t|t-1} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |\boldsymbol{R}_t|}} \tag{4}$$

$$\times \exp\left\{ -\frac{\left(\boldsymbol{y}_t - h_t(\boldsymbol{x}^{(i)}_{t|t-1})\right)^T \boldsymbol{R}_t^{-1} \left(\boldsymbol{y}_t - h_t(\boldsymbol{x}^{(i)}_{t|t-1})\right)}{2} \right\} \tag{5}$$

ここで，観測ノイズは，平均ゼロ，共分散行列 $\boldsymbol{R}_t$ の正規分布に従うと仮定する．

次に，この尤度を元に粒子 $\boldsymbol{x}^{(i)}_{t|t}$ の重みを変更する．尤度が大きい粒子ほど重みが大きくなり，粒子はその重みに応じて増殖する．尤度の小さい粒子は消滅する

Key Words: 減肉評価，粒子フィルタ，固有振動数，データ同化，有限要素法
〒 790 − 8577　愛媛県松山市文京町 3　愛媛大学大学院理工学研究科生産環境工学専攻，FAX 089-927-9840



図–2 (a) モデル A，(b) モデル B

が，全体の粒子数は一定とするのが特徴である．以上を繰り返し，尤度が大きい粒子が増えていくことで，測定値に最も近い確率分布の状態量が求まる．

3. 固有振動数を用いた構造部材の減肉部の同定

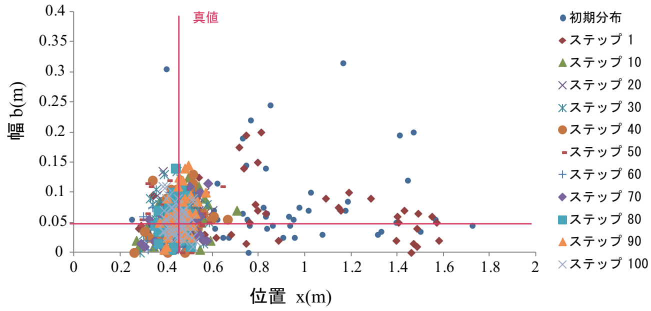
粒子フィルタを用いて，構造部材中の減肉の位置 x，幅 b，深さ h を推定する．これらは状態量 $\boldsymbol{x}=(x,b,h)^T$ と表すことができる．なお，本研究では，計測値はシミュレーションによる数値解で代用し，計測ノイズ $\boldsymbol{\epsilon}_t$ は前後ステップと関連が無いものとした．従って，共分散行列 $\boldsymbol{R}_t$ は単位行列となる．

図–2 に示すように，2 つの減肉モデルを考える．材質はアルミニウムを仮定し，ヤング率 E=69 Gpa，ポアソン比 ν=0.33， 密度 ρ=2700 kg/m^3 とした. いずれも，スパンが 2m，高さが 0.01m であるが，モデル A の減肉部は x=0.45m，b=0.05m，h=0.005m であり，モデル B は x=0.95m，b=0.1m，h=0.005m である．ここでは，計測値として固有振動数を採用し，1，2，3 次の曲げモードの値 $\boldsymbol{y}=(M_1,M_2,M_3)^T$ を用いる．モデル A と B の曲げモードの真値を表 1 に示す．本来，粒子は数千以上用いるのが普通であるが，問題が簡単であるので，ここでは 50 個の粒子を用いることとした．この粒子の分布および集中具合から $\boldsymbol{x}$ を同定する．また，同定終了までのステップ数を 100 とした．

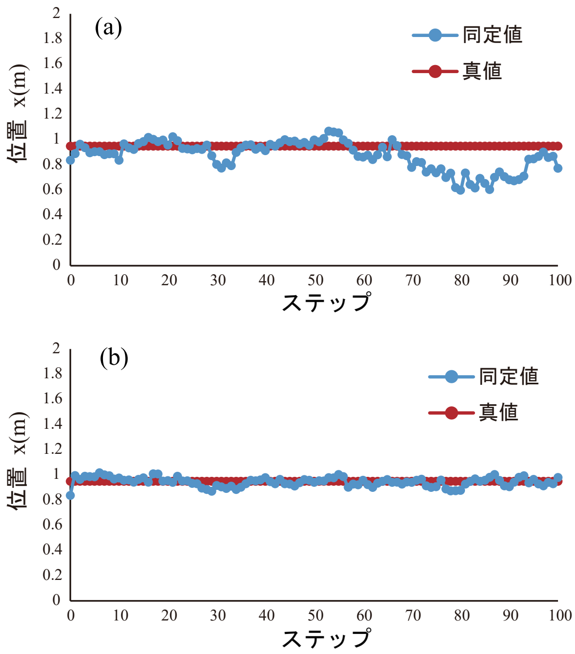
図–3 に，モデル A の同定結果を示す．図中の記号は，x を横軸，b を縦軸として，ステップ毎に粒子をプロットしたものである．10 ステップ目で，ほとんどの粒子が真値の周りに集中し，その後，100 ステップまで定在することがわかる．次に，図–4 に，モデル B における減肉位置 x の同定結果を示す．これは，各ステップにおける粒子の平均をプロットしたものである．図–4(a) は曲げモード M_1 のみを用いた場合，図–4(b) は曲げモード M_1,M_2,M_3 をすべて用いた場合の結果である．図–4(a) の場合は，真値に漸近するものの，揺れが大きく若干不安定である．一方，図–4(b) では，ステップ数に関わらず，真値付近に粒子が定在していることから，より多くの計測値を尤度計算に用いることで，粒子フィルタの精度を高めることができることがわかる．

	モデル A の固有振動数 (Hz)	モデル B の固有振動数 (Hz)
M_1	5.44	4.66
M_2	20.75	23.21
M_3	49.53	45.81

表–1 モデル A とモデル B の固有振動数の真値



図–3 モデル A における各ステップの粒子の分布



図–4 モデル B における減肉位置 x の同定結果．(a) 曲げ 1 次モードのみ，(b) 曲げ 1, 2, 3 次モードを用いた場合．

参考文献

1) G. Kitagawa, Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear sate space models, *J. Comput. Graph. Stat.*, Vol.5, pp.1-25, 1996.
2) E. N. Chatzi, A. W. Smyth, Particle filter scheme with mutation for the estimation of time-invariant parameters in structural health monitoring applications, *Struct. Contr. Health Monit.*, Vol. 20, pp.1081-1095, 2012.