

製品の出荷機能の信頼性評価に関する研究 ー待機冗長システムを対象にー

株式会社篠塚研究所 正会員 ○望月 智也
 株式会社篠塚研究所 正会員 静間 俊郎
 株式会社篠塚研究所 正会員 中村 孝明

1. はじめに

石油精製や石油化学等の液体状の製品を生産する事業所の場合、出荷に至る工程は貯蔵タンク、配管、払出し設備、さらには電力等のユーティリティも必要となり、ストックを払出すには関連する設備の同時被災を考慮した検討が必要である。静間ら¹⁾は石油製品の出荷機能をシステムとしてモデル化し、出荷機能の信頼性の経時変化を示した曲線を提案した。しかしながら、システムは直列システムに単純化したもので非常用発電等の待機冗長要素は組入れられていない。待機冗長要素を含めると、実際の払出し工程は直並システムに分解できないネットワークシステムとなる場合がある。本報はネットワーク状の待機冗長システムを対象とした出荷機能の信頼性確率（1－破壊確率）を算定する近似解法を提案する。単純なシステムで待機冗長要素による信頼性確率の向上効果を示すとともに、提案手法による解析を行い考察する。

2. 待機冗長システムの信頼性確率の評価

システムの信頼性確率 P_S はシステム信頼性理論に基づき、直列、並列の場合、それぞれ以下となる。

$$P_S = \prod_{i=1}^n P_{Si} \quad , \quad P_S = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{Si}) \quad (1)$$

ここに、 P_{Si} は要素 i の信頼性確率、 n は要素数である。直並システムでは、(1)の両式の組合せにより信頼性確率が求められる。ここで、図1のシステムを考える。同図は、要素 A,G,C が地震で損傷すると B,C が稼働してシステムの信頼性を維持する待機冗長システムである。

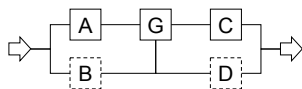


図1 ネットワーク状の待機冗長システムの例

しかしながら、図1はネットワークとなるため、(1)式の組合せから直接システムの信頼性確率を算出することはできない。図1のシステムの信頼性確率を算出する

ためには、システムを MPS (Minimum Pass Set) または MCS (Minimum Cut Set) に分解し、各サブセットの和事象あるいは積事象の確率を求め、高次項を1次に置き換えることで信頼性確率が算出される。また、要素 G に関する Shannon 展開を行うことでも信頼性確率が得られる。但し、これらの方法はシステムが複雑になると容易に適用できない。そこで、要素 G を互いに完全相関となる要素 G1 と G2 に分解し、図1から図2のようなシステムモデルを考える。

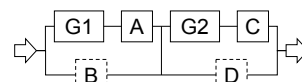


図2 要素 G を 2 要素に分けた場合のシステム

図2は、直並システムになるため、システムの信頼性確率は、(1)式に基づき次式により求めることができる。

$$P_S = \{1 - (1 - P_{G1}P_A)(1 - P_B)\} \cdot \{1 - (1 - P_{G2}P_C)(1 - P_D)\} \quad (2)$$

すなわち要素 G を完全相関となる2つの要素に分けることで、図1のような待機冗長システムを(1)式の組合せから信頼性確率が求められることになる。

3. 要素間の相関の扱い

(2)式を用いて信頼性確率を算出するため要素間の相関を考慮する。要素 i の性能 Z_i を次式と定義する。

$$Z_i = S_i / R_i \quad (3)$$

ここに、 S_i は要素 i の耐力の確率変数、 R_i は応答の確率変数で共に対数正規分布とする。ここで、相関のある n 個の確率変数 $Z_i, i=1 \sim n$ に対して、 $-\infty < Z_i \leq h_i, i=1 \sim n$ の積事象確率を求める場合、その算定式は文献2),3)より以下になる。

$$\begin{aligned} & \text{prob}\{Z_i \leq h_i; \text{all } i\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^n \Phi \left(\frac{h_i + \theta_{1i}y_1 + \theta_{2i}y_2}{\sqrt{1 - \theta_{1i}^2 - \theta_{2i}^2}} \right) \cdot \phi_1(y_1)\phi_2(y_2)dy_1dy_2 \quad (4) \end{aligned}$$

キーワード 待機冗長システム、ネットワークシステム、信頼性確率、相関、非負値行列因子分解

連絡先 〒160-0023 東京都新宿区西新宿 4-5-1 幸伸ビル新宿 3F 株式会社篠塚研究所 TEL : 03-5351-3781

ここに、 $\Phi()$ 、 $\phi()$ は標準正規分布の累積分布関数と確率密度関数である。 θ_{li}, θ_{2i} は助変数で、確率変数 Z_i の相関係数 ρ_{ij} と以下の関係にある。

$$\rho_{ij} = \theta_{li}\theta_{lj} + \theta_{2i}\theta_{2j} \quad , i \neq j \tag{5}$$

θ_{li}, θ_{2i} は相関係数を与えることにより、非負値因子行列分解⁴⁾で求めることができる。また、 h_i は次式となる。

$$h_i = \frac{-(\ln s_{mi} - \ln r_{mi})}{\zeta_{Zi}} \quad , i = 1 \sim n \tag{6}$$

ここに、 s_{mi} 、 r_{mi} は要素 i の耐力および応答の中央値、 ζ_{Zi} は性能 Z_i の対数標準偏差である。(4)式は積事象確率を求める式であるが、(2)式を(4)式に適用すれば、図2のシステムの信頼性確率が算出できる。

3. 出荷機能の信頼性確率の評価

システムの各要素の損傷レベル、耐力の中央値、修復日数は表2を設定し、応答の中央値を一律400cm/s²、性能 Z_i の対数標準偏差 ζ_{Zi} を一律0.4と仮定する。これらの条件を基に、図1をShannon展開をして待機冗長システムを持つ出荷機能の信頼性確率を算出し、その確率の経時変化を記述した曲線（以下、信頼性曲線）を図3に示す。同図には、待機冗長要素B、Cを持たない場合、待機冗長要素Bのみを持つ場合の信頼性曲線を併記している。図3より、待機冗長要素を2つ持つことで、出荷機能の信頼性曲線が待機冗長システムを持たない場合に比べて格段に向上していることが分かる。

表2 各要素の耐震性能の諸元

要素	損傷レベル	耐力の中央値 S_{mi} (cm/s ²)	修復日数
G	軽微以上	300	3
	大破以上	600	100
A	軽微以上	400	10
	大破以上	800	100
B	軽微以上	600	3
	大破以上	1000	100
C	軽微以上	400	10
	大破以上	800	100
D	軽微以上	600	3
	大破以上	1000	100

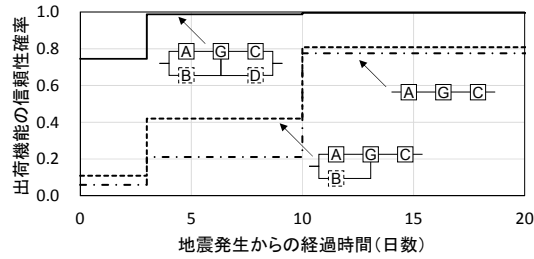


図3 信頼性曲線でみた待機冗長要素の効果

次に提案手法を用いて信頼性曲線を評価する。その際、(4)式に示した2重積分は100×100とした。図2において要素G1とG2の性能 Z_{G1} と Z_{G2} を完全相関とし、

他の要素の $Z_A \sim Z_D$ 間の相関を0.0（独立）とすると、相関係数行列は図4のようになる。

	Z_{G1}	Z_{G2}	$Z_A \sim Z_D$
Z_{G1}	1.0	1.0	0.0
Z_{G2}	1.0	1.0	0.0
$Z_A \sim Z_D$	0.0	0.0	1.0

図4 各要素の性能の相関係数行列

図4および表2に基づき算出した図2のシステムの信頼性曲線を図5に示す。同図には比較のため、 $Z_A \sim Z_D$ 間の相関係数 ρ を一律0.5にした場合、1.0にした場合を併記している。図5より、図4および表2に基づき評価した信頼性曲線は、図3に示した曲線にほぼ一致している（小数点以下3桁まで一致）。また、 $Z_A \sim Z_D$ 間の相関係数を0.0から、0.5、1.0に変化させると信頼性曲線は図5のように変化する。信頼性曲線3日までは、 $Z_A \sim Z_D$ 間の相関関係が高い程、信頼性確率は高い。一方、3日、10日を越えるとその傾向は逆転する。これは修復時期によりシステムの直列部の影響が大きいのか、並列部が大きいのかの違いの影響が表れた結果である。

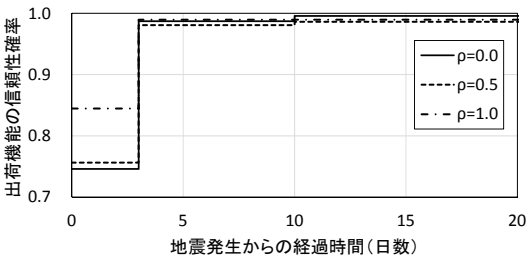


図5 提案手法により評価した信頼性曲線

4. 結語

提案手法は、同一要素を互いに完全相関となる複数の要素に分解することで、ネットワークとなるシステムの信頼性を、相関を考慮した直並システムの確率演算から評価できる近似解法である。なお、適用性の議論については、後報（事例解析による適用性）⁵⁾で検討する。

参考文献

- 1) 静間俊郎,中村孝明,高田一:災害時の石油製品出荷機能に関する健全度曲線とその利用性,JCOSSAR2015 論文集,pp.284-285,2015.
- 2) Curnow, R. N. and Dunnett, C. W.: The numerical evaluation of certain multivariate normal integrals. Annals of Math. Stat., Vol.33, No.2, Sep., pp.571-579, 1962.
- 3) 望月智也,中村孝明:地震による構造物の損傷相関の評価方法に関する研究,JCOSSAR2015 論文集,pp.278-283,2015.
- 4) 亀岡弘和: 非負値行列因子分解, 計測と制御 第51巻第9号, pp.835-844, 2012.9
- 5) 静間俊郎,高田一,中村孝明: 製品の出荷機能の信頼性評価に関する研究 ―事例解析による適用性―,土木学会第72回年次学術講演会講演集（投稿中）,2017.