

安定化有限要素法による湿度を伴う三次元立方体 Cavity 内自然対流解析

中央大学大学院 学生員 ○ 田中 洋志
中央大学 正会員 櫻山 和男

1. はじめに

近年, 地球温暖化による気温, 海水温の上昇等が問題となっている. 気温に関しては都市部においてヒートアイランド現象が健在化してきているため, 地球温暖化と合わさり, 局所的豪雨や熱帯夜といった問題も増加している. ヒートアイランド現象の発生原因としては人口や産業の集中, アスファルト等の人工被覆や人工排熱の増大が考えられている. これらの改善を施すための計画及び実施には地域ごとでの熱特性の把握, 地域特性に応じた評価を行うことが重要である.

著者らの研究¹⁾では安定化有限要素法による都市の温熱環境解析手法の構築が行われたが, 植生による影響については検討がされていなかった. 植生には蒸発散による熱収支への影響があり, このことには湿度が大きく影響している. そこで, 本報告では温熱環境解析の基礎研究として支配方程式に湿度の影響を考慮した浮力項を仮定した Navier-Stokes 方程式を用いる. 空間方向の離散化には有限要素法を適用し, 時間方向の離散化には Crank-Nicolson 法を用いる.

2. 数値解析手法

(1) 支配方程式

流体は非圧縮性粘性流体として扱い, Boussinesq 近似を仮定する²⁾. そのとき支配方程式には湿度の影響を考慮した浮力を仮定した Navier-Stokes 方程式, 連続式, エネルギー方程式, 湿度の移流方程式を用い, 無次元化を施した式はそれぞれ式 (1), (2), (3), (4) で表される.

Navier-Stokes 方程式:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{Gr_t}{Re^2} \{ \Theta + NS \} k - \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} = 0 \quad (1)$$

連続式:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

エネルギー方程式:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + u_i \frac{\partial \Theta}{\partial x_i} - \frac{1}{PrRe} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x_i^2} = 0, \quad (3)$$

湿度の移流方程式:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u_i \frac{\partial S}{\partial x_i} - \frac{1}{RePrLe} \frac{\partial^2 S}{\partial x_i^2} = 0 \quad (4)$$

ここで u_i は i 軸方向の流速, p は圧力, Θ は温度, S は湿度, k は重力方向の単位ベクトルであり, 無次元数としては

Re は Reynolds 数, Gr_t は温度に対する Grashof 数, Pr は Prandtl 数, Le は Lewis 数, N は温度と湿度に対する浮力比である.

(2) 離散化手法

式 (1), (2) に対しては移流項の卓越による不安定性と非圧縮性に起因する不安定性を有するため, SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限要素法³⁾を, 式 (3), (4) に対しては移流項の卓越による不安定性のみを有するため, SUPG 法に基づく安定化有限要素法を用いて空間方向の離散化を行う. 時間方向の離散化には差分法に基づく二次精度である Crank-Nicolson 法を用いた. 連立 1 次方程式の解法には element-by-element 処理を施した GPBi-CG 法を用いた.

3. 数値解析例

(1) 解析条件

本解析手法の妥当性を確認するため, 解析例として 3 次元立方体 Cavity 内自然対流問題を取り上げる. 解析領域, Dirichlet 境界条件は図-1 に示すものを使用する. Neumann 境界条件は Dirichlet 境界条件が与えられていない壁面に温度と湿度のフラックスを 0 とする条件を与え, 流速に関しては全境界で Non-slip 条件とする. 初期条件としては流速, 圧力に関しては全領域で 0 とし, 温度, 湿度に関しては Θ が 1, S が 1 の境界を除いて 0 とした. 解析の収束判定には平均 Nusselt 数と平均 Sherwood 数を用い, 高温壁の平均 Nusselt 数と低温壁の平均 Nusselt 数との差と高湿度壁と低湿度壁の平均 Sherwood 数の双方が 5×10^{-2} 以下となったときを定常状態として収束したとみなした. 要素の分割には三角形一次要素で行い, x 方向, y 方向ともに等分割とし, メッシュ分割数は図-2 に示す $80 \times 80 \times 80$ の最小メッシュ幅 1.25×10^{-2} の解析メッシュを用い, 微小時間増分量は 1.0×10^{-4} とした. また, 無次元数の値は Re 数を 1.41, Pr 数を 0.71, Le 数を 10.0, Ra 数を 10^5 とし, 浮力比 N は変更する値とした. なお, Ra 数は Pr 数と温度に対する Gr 数の積で表される無次元数である.

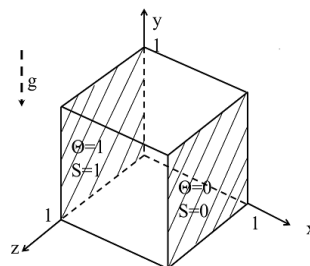


図-1 解析領域, 境界条件

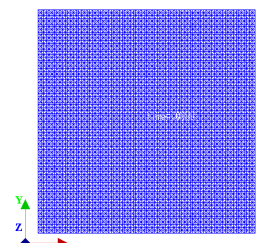
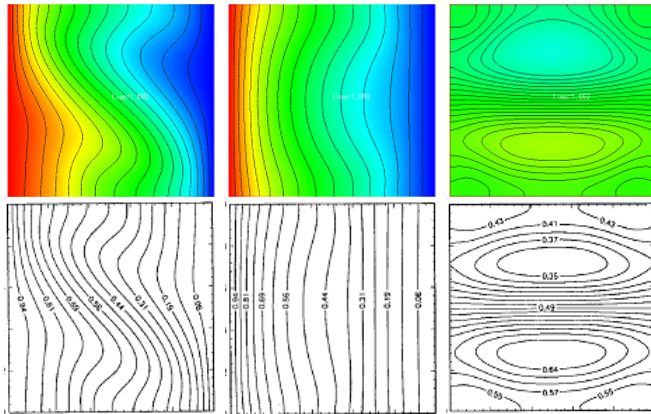


図-2 解析メッシュ

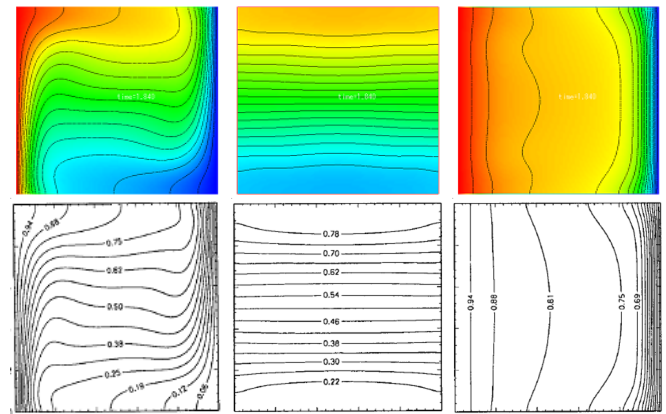
KeyWords: 安定化有限要素法, エネルギー方程式, 湿度の移流方程式

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL 03-3817-1815 E-mail p.tanaka@civil.chuo-u.ac.jp



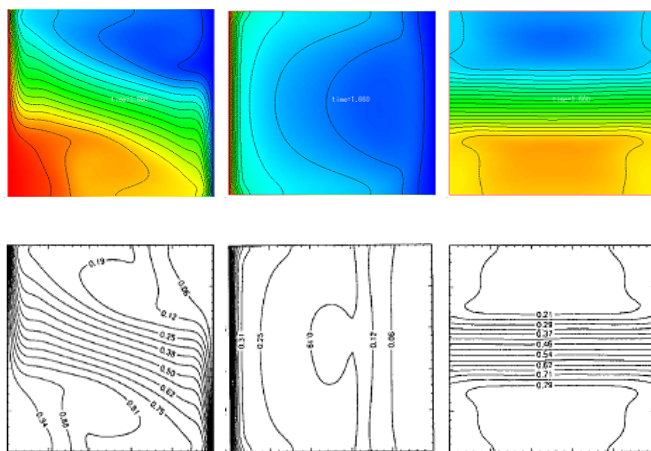
x-y 断面 z-x 断面 y-z 断面

図-3 等温線図: $N=-2.0$ (上: 本解析, 下: 参照解)



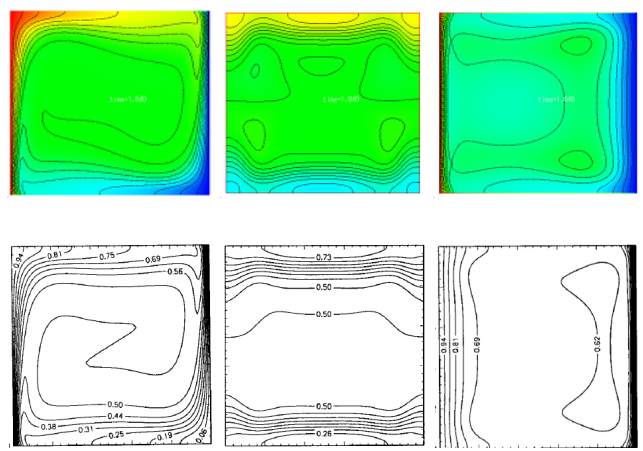
x-y 断面 z-x 断面 y-z 断面

図-5 等温線図: $N=-0.2$ (上: 本解析, 下: 参照解)



x-y 断面 z-x 断面 y-z 断面

図-4 等湿度線図: $N=-2.0$ (上: 本解析, 下: 参照解)



x-y 断面 z-x 断面 y-z 断面

図-6 等湿度線図: $N=-0.2$ (上: 本解析, 下: 参照解)

(2) 解析結果

浮力比 N が-2.0 の場合の定常状態での本解析と参照解⁴⁾の等温線図, 等湿度線図を図-3, 図-4 に示す. 参照解の比較において温度に関してはどの断面においても定性的な傾向, 分布は一致しているが, 湿度に関しては x - y 断面, y - z 断面においては定性的に一致しているが, z - x 断面においては傾向は概ね一致しているが, 値の分布においては差異が大きいことが確認できる. この原因としては収束判定の条件が緩いことが考えられる. 続いて, 浮力比 N が-0.2 における定常状態での等温線図, 等湿度線図を図-5, 図-6 に示す. こちらも温度に関しては定性的な傾向, 分布は一致しているが, 湿度に関してはどの断面でも分布に有意な差異が見られた. こちらの結果も収束判定の条件が緩いことが考えられるが, 同じ収束判定の条件で浮力比 N が 2.0 に比べ結果の精度が悪いことから収束判定は浮力比 N の大きさに依存して変更する必要があると考えられる.

4. おわりに

本研究では湿度を考慮した自然対流問題に安定化有限要素法を適用し, 解析例として 3 次元立方体 Cavity 内自然対流問題を取り上げ, 以下の結論を得た.

- 参照解との比較から本解析による結果は温度, 湿度ともに定性的な傾向は一致していることが確認できた.
- 浮力比 N を変化した際の同一の収束判定を用いた本解析の定常解は参照解と有意な差異が見られた.

今後の課題として収束判定について検討を行うとともに, 水蒸気の凝縮や水の気化を考慮した解析が挙げられる.

参考文献

- 1) 池田 哲也, 樫山 和男: 安定化有限要素法による都市の温熱環境解析手法の構築, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.69, No.2, pp.107-114, 2013.
- 2) F.Utheza, D.Senechal, F.Garnier: Buoyancy-driven convective motion in a thermal diffusion cloud chamber using a water/helium mixture, International Journal of Thermal Sciences, 48, pp.1043-1048, 2009.
- 3) T.E.Tezduyar: Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations, Advance in Applied Mechanics, 28, pp.1-44, 1991.
- 4) I.Sezai, A.A.Mohamad: Double diffusive convection in a cubic enclosure with opposing temperature and concentration gradients, Physics of Fluid, Vol.12, No.9, pp.2210-2223, 2000.