電磁波の反射特性を利用した坑道周辺の誘電率分布の推定

○東京工業大学大学院　学生会員　高木　勘多
東京工業大学　正会員　廣瀬　壮一
サンコーコンサルタント（株）　山中　義彰
東京工業大学　正会員　古川　陽
サンコーコンサルタント（株）　今井　博

1. はじめに

原子力発電所で発生する放射性廃棄物の処理方法として，深層処分が提案されている．処分場の建設では，岩盤に多数の坑道が掘削され，坑道周辺で不飽和領域の発生が予想される．不飽和領域は，地下水の流動挙動の変化等，廃棄物の管理に影響を及ぼすことが懸念されている [1]．そのため，坑道周辺の含水状態を把握する必要がある．

含水状態を表す物理量として，飽和度が挙げられる．岩盤中の飽和度は，誘電率から推定できることが知られている．そのため，電磁波の伝搬特性から誘電率を求めることで，岩盤の含水状態を把握することが可能である．しかし，FDR-V 法 [2] に代表される従来の推定手法は，局所的な計測が多く，岩盤の広域的な含水状態を把握することが難しい．

そこで，著者らは，電磁波の反射特性から岩盤内部の誘電率の 1 次元分布を推定する方法を開発してきた [3]．具体的には，推定アルゴリズムをアンセンテッドカルマンフィルタとし，飽和度が深さ方向に変化する領域に電磁波を入射させ，観測される反射波の周波数特性から誘電率分布を求めるため，電磁波の伝搬解析には有限要素法を用いてきた．しかし，これまで開発で行ってきた手法では推定可能な誘電率分布の形状に制限があった．そこで，本研究では，任意の誘電率分布形状で推定可能な推定手法を提案する．提案手法の検証として，数値シミュレーションによって得られた観測値を用いた推定結果を示す．

2. 推定手法

(1) アンセンテッドカルマンフィルタ

本研究では，誘電率分布の推定手法にアンセンテッドカルマンフィルタ (以下，UKF と呼ぶ) を用いる．UKF は非線形カルマンフィルタの一種であり，以下に示す状態空間表現を用いて，式 (1) に示す誤差を含む観測値 $\mathbf{y}_k$ から式 (2) に示す状態量 $\mathbf{x}_k$ を推定することができる [4]．

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k \tag{1}$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k \tag{2}$$

式 (1) は観測方程式，式 (2) は状態方程式と呼ぶ．これらの式において，$\mathbf{y}_k$ は観測量ベクトル，$\mathbf{x}_k$ は状態量ベクトル，$\mathbf{w}_k$ は観測雑音を表す誤差ベクトルである．また，$\mathbf{h}(\cdot)$ はシステムを表す非線形関数ベクトルであり，k は推定における反復回数を表す．

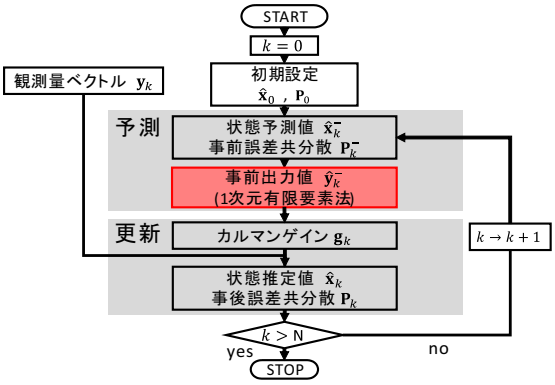

図 1 アンセンテッドカルマンフィルタによる推定のフロー

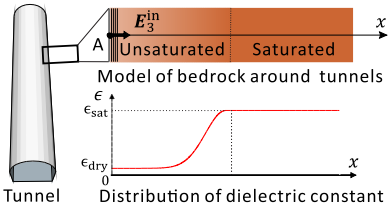

図 2 対象とする問題の解析モデル

UKF を用いた推定のフローを図 1 に示す．UKF では,「予測」,「更新」の手順を繰り返し，推定を行う．k ステップ目において,「予測」では，1 ステップ前の状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ と事後誤差共分散 $\mathbf{P}_{k-1}$ からシグマポイントを用いたサンプリングによって状態予測値 $\hat{\mathbf{x}}_k^-$，事前誤差共分散 $\mathbf{P}_k^-$，および事前出力値 $\hat{\mathbf{y}}_k^-$ を求める.「更新」では，カルマンゲイン $\mathbf{g}_k$ と観測量ベクトル $\mathbf{y}_k$ を用いて $\hat{\mathbf{x}}_k^-$,$\mathbf{P}_k^-$ を補正し，状態推定値 $\hat{\mathbf{x}}_k$ および事後誤差共分散 $\mathbf{P}_k$ を計算する．

(2) 対象とする問題と誘電率分布の表現

本研究では，図 2 に示す解析モデルに対して，坑道の壁面から電磁波を入射させ，観測される反射波から誘電率を推定する．坑道壁面から岩盤の深さ方向に x 軸を設定し，この軸に沿った誘電率の 1 次元分布を考える．このとき，入射波には電界が入射面に対して垂直な成分 E_3 のみをもつ TE 波を用いる．推定は，$0 \leq x \leq 4$[m] の領域で行うものとし，$x > 4$[m] の領域は飽和状態にあると仮定する．

推定の対象となる誘電率分布は，ここでは以下に示すエルミート補間法を用いた関数で与える．

$$\epsilon(x) = \sum_{i=0}^{n-1} \epsilon_i(x) \tag{3}$$

$$\begin{aligned}\epsilon_i(x) =& (2\epsilon_i + \epsilon_i' - 2\epsilon_{i+1} + \epsilon_{i+1}')x^3 \\ &+ (-3\epsilon_i - 2\epsilon_i' + 3\epsilon_{i+1} - \epsilon_{i+1}')x^2 \\ &+ \epsilon_i' x + \epsilon_i \qquad (x_i \leq x \leq x_{i+1})\end{aligned} \tag{4}$$

Key Words: 電磁波，誘電率，アンセンテッドカルマンフィルタ
〒 152-8552　東京都目黒区大岡山 2-12-1

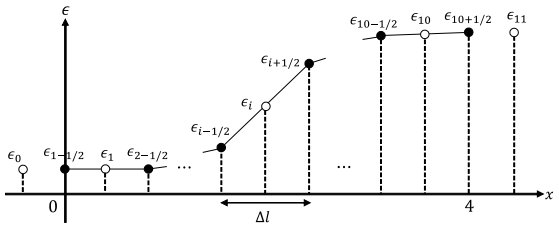

図 3 補間点の座標値および微分係数の計算方法

ここで，n は補間点の数である．本稿では，補間点を $-0.2 \leq x \leq 4.2$[m] の範囲に 0.4m 間隔で 12 点とする．$x_i, \epsilon_i, \epsilon'_i$ はそれぞれ $x = -0.2$[m] から順に数えて $i+1$ 番目の補間点における x 座標値，比誘電率の値および傾きを表す．式 (3)，(4) より，誘電率分布は ϵ_i, ϵ'_i により決定される．そこで，想定する問題にアンセンテッドカルマンフィルタを適用させることで，ϵ_i, ϵ'_i を求める方法を考える．

(3) 推定手法における状態量および観測量

本研究では，ϵ_i, ϵ'_i を求めるために，まず図 3 のように補間点のまわりに補助点 $\epsilon_{i-\frac{1}{2}} (i = 1, 2, \cdots, 11)$ を設定する．なお，同図の白点，黒点はそれぞれ補間点と補助点を表している．両端の補助点および補間点の座標値は，$\epsilon_0 = \epsilon_{1-\frac{1}{2}} = \epsilon_{\mathrm{dry}}$，$\epsilon_{11} = \epsilon_{10+\frac{1}{2}} = \epsilon_{\mathrm{sat}}$ に固定する．ϵ_{dry}，ϵ_{sat} はそれぞれ乾燥，飽和状態に対応する比誘電率の値である．また，Δl は隣り合う 2 つの補助点 $\epsilon_{i-\frac{1}{2}}$，$\epsilon_{i+\frac{1}{2}}$ における x 座標値の差を表す．ϵ_i，ϵ'_i は，それぞれ以下の式に示すように，$\epsilon_{i-\frac{1}{2}}$，$\epsilon_{i+\frac{1}{2}}$ の平均値及び中心差分として求める．

$$\epsilon_i = \frac{\epsilon_{i-\frac{1}{2}} + \epsilon_{i+\frac{1}{2}}}{2}, \epsilon'_i = \frac{\epsilon_{i+\frac{1}{2}} - \epsilon_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta l} \tag{5}$$

状態量ベクトル $\mathbf{x}_k$ を $\epsilon_{i-\frac{1}{2}} (i = 2, 3, \cdots, 10)$ に対応させ，以下のように構成する．

$$\mathbf{x}_k = \left\{ \epsilon_{2-\frac{1}{2}}, \cdots, \epsilon_{i-\frac{1}{2}} \cdots, \epsilon_{10-\frac{1}{2}} \right\}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

ただし，$[\ ]^{\mathrm{T}}$ は転置を表す．また，観測量ベクトル $\mathbf{y}_k$ は電磁波の反射特性を用いて表現する．周波数領域で電磁波の反射特性 $\tilde{Z}(f)$ は，以下の式で定義する．

$$\tilde{Z}(f) = \frac{\tilde{O}(f)}{\tilde{I}(f)} \tag{7}$$

ここで，$\tilde{I}(f)$，$\tilde{O}(f)$ は，岩盤への入射波 $I(t)$ と得られた観測記録 $O(t)$ のフーリエ変換を表す．観測量ベクトル $\mathbf{y}_k$ は反射特性 $\tilde{Z}(f)$ の実部と虚部から，次式で構成される．

$$\mathbf{y}_k = \left\{ \begin{array}{c} \left[\mathrm{Re}[\tilde{Z}(f_0)], \mathrm{Re}[\tilde{Z}(f_1)], \cdots \right]^{\mathrm{T}} \\ \left[\mathrm{Im}[\tilde{Z}(f_0)], \mathrm{Im}[\tilde{Z}(f_1)], \cdots \right]^{\mathrm{T}} \end{array} \right\} \tag{8}$$

ここで，$f_i\ (i = 0, 1, \cdots, 602)$ は周波数の離散値を表す．また，Re および Im はそれぞれ複素数の実部および虚部を表す．なお，観測値 $\mathbf{y}_k$ の計算には，有限要素法を用いる (図 1 赤枠部分参照)．上述した推定手法により，$\epsilon_{i-\frac{1}{2}} (i = 2, 3, \cdots, 10)$ を推定し，比誘電率分布を計算する．

表 1 状態量ベクトル $\mathbf{x}_k$ の初期値，真値及び推定値

	$\epsilon_{2-\frac{1}{2}}$	$\epsilon_{3-\frac{1}{2}}$	$\epsilon_{4-\frac{1}{2}}$	$\epsilon_{5-\frac{1}{2}}$	$\epsilon_{6-\frac{1}{2}}$	$\epsilon_{7-\frac{1}{2}}$	$\epsilon_{8-\frac{1}{2}}$	$\epsilon_{9-\frac{1}{2}}$	$\epsilon_{10-\frac{1}{2}}$
初期値	2.52	2.52	2.52	22.73	22.73	22.73	22.73	22.73	22.73
真値	2.52	2.52	2.52	7.57	12.63	17.68	22.73	22.73	22.73
推定値	2.52	2.43	2.22	6.18	12.42	18.72	21.61	23.66	22.04

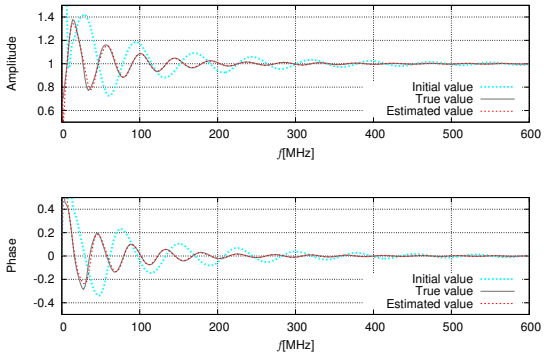

図 4 観測量ベクトル $\mathbf{y}_k$ の初期値，真値および推定値

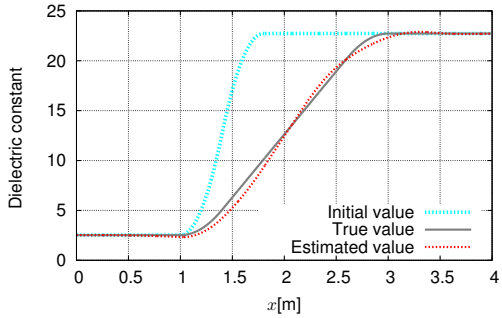

図 5 比誘電率分布の初期値，真値および推定値

3. 数値解析例

提案手法を用いて，岩盤内部の誘電率を推定する．ただし，本稿では観測記録 $O(t)$ に関しても有限要素法により計算された値を用いる．反復回数 N は 500 回とした．状態量ベクトル $\mathbf{x}_k$ の初期値，真値の設定と，数値実験により得られた推定結果をまとめたものを表 1 に示す．また，表 1 の値から観測量ベクトル $\mathbf{y}_k$ を計算した結果を図 4 に，比誘電率分布を計算した結果を図 5 に示す．図 4，5 から，推定により得られた観測量ベクトル $\mathbf{y}_k$ および比誘電率分布は真値と概ね一致した．

4. おわりに

坑道周辺岩盤の誘電率の 1 次元分布を，アンセンテッドカルマンフィルタと有限要素法を組み合わせた手法を用いて推定した．数値実験の結果から，岩盤内部の誘電率を概ね推定することができた．今後は，推定の繰り返し計算における収束条件について，高速化・高精度化を検討する予定である．

参考文献

1) 藪内聡, 國丸貴紀, 岸敦康, 小松満: 水平坑道の掘削に伴う坑道周辺の間隙水圧・岩盤水分量モニタリング－幌延深地層研究所 140m 調査坑道での測定－, 土木学会論文集 C(地圏工学), Vol.67, No.4, pp.464–473, 2011.
2) 西垣誠, 小松満, 金萬鎬: FDR 法による土壌・地下水汚染のモニタリング手法に関する基礎的研究, 地下水学会誌, Vol.46, No.2, pp145–157, 2004.
3) 高木勘多，古川陽，廣瀬壮一: 電磁波の反射特性を利用した坑道周辺の飽和度分布の推定, 土木学会年次学術講演会概要集 (CD-ROM), Vol.70, pp ROMBUNNO.I-452, 2015.
4) 西山清: カルマンフィルタ，電子情報通信学会，1 群- 5 編- 6 章，2011.