

等方弾性体と異方性飽和多孔質弾性体の界面 における弾性波の反射・屈折

○東京工業大学 正会員 古川 陽
群馬大学 正会員 齋藤隆泰
東京工業大学 正会員 廣瀬壮一

1. はじめに

異方性飽和多孔質弾性体は、貯留層や海底地層の波動解析に適した力学モデルであり、波動伝播に伴う異方性、分散性、および散逸性を再現することができる。貯留層や海底地層を伝播する波動は、多くの場合、他媒質（例えば非浸透性の帽岩や海水）から入射するため、これらの媒質と異方性飽和多孔質弾性体との界面で生じる反射波および屈折波の性質を理解することは重要である。

以上を踏まえ、本研究では、等方弾性体と異方性飽和多孔質弾性体の界面における波動の反射波および屈折波の性質について調べる。また、境界要素法を用いた数値シミュレーションにより、界面近傍における屈折波の計算を実施する。本稿では、まず、異方性飽和多孔質弾性体の基礎理論について簡潔にまとめ、次に、等方弾性体と異方性飽和多孔質弾性体の界面における波動の反射・屈折に関する理論についてまとめる。さらに、境界要素法による数値解析手法について述べ、解析結果を示す。なお、本稿では特に断りのない限り、大文字の下付き添え字は1,2,3,4、小文字の下付き添え字は1,2,3をとる。また、1つの項の中に繰り返し現れる添え字に関しては総和規約を適用する。

2. 異方性飽和多孔質弾性体の基礎式

本研究では、Biot理論に基づく異方性飽和多孔質弾性体の力学モデル¹⁾を用いる。以下では、周波数領域における基礎式を示すこととし、 $(\tilde{\cdot})$ はFourier変換された物理量を表す。基礎式は、以下に示す一般化変位を用いて整理する。

$$\tilde{q}_I = \{ \{ \tilde{u}_i \}^T, \tilde{p} \}^T \quad (1)$$

ここに、 \tilde{u}_i は固体骨格部の変位、 \tilde{p} は間隙流体の圧力であり、 $(\cdot)^T$ はベクトル転置を表す。このとき、異方性飽和多孔質弾性体の運動方程式は、次式で表現される。

$$\tilde{L}_{IK} \tilde{q}_K = -\tilde{b}_I \quad (2)$$

ここに、 \tilde{b}_I は物体力成分を表し、行列 \tilde{L}_{IK} の成分は以下の式で与えられる。

$$\tilde{L}_{ik} = C_{ijkl} \partial_j \partial_l + \tilde{\rho}_{ik} \omega^2 \quad (3)$$

$$\tilde{L}_{i4} = -\tilde{L}_{4i} = -\tilde{\alpha}_{ij} \partial_j \quad (4)$$

$$\tilde{L}_{44} = \frac{1}{\omega^2} \tilde{Y}_{jl}^{-1} \partial_j \partial_l + \frac{1}{M} \quad (5)$$

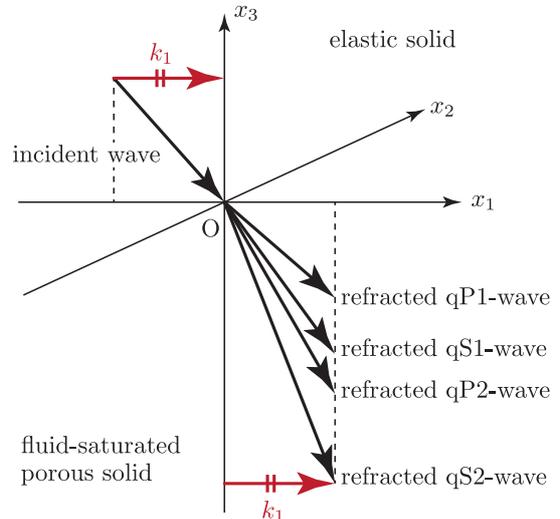


図1 本研究で対象とする解析モデル

ここに、 C_{ijkl} は固体骨格部の弾性テンソル、 M はBiotの弾性定数を表す。また、 ω は角周波数であり、 ∂_j は x_j に関する微分を表す。 \tilde{Y}_{jl} は間隙流体の流動のよって生じる散逸効果を表す関数であり、 $(\cdot)^{-1}$ は逆行列を表す。さらに、 $\tilde{\alpha}_{ij}$ および $\tilde{\rho}_{ij}$ は、次式を用いて計算される。

$$\tilde{\alpha}_{ij} = \alpha_{ij} - \rho_f \tilde{Y}_{ij}^{-1} \quad (6)$$

$$\tilde{\rho}_{ij} = \rho \delta_{ij} - \rho_f^2 \tilde{Y}_{ij}^{-1} \quad (7)$$

ここに、 α_{ij} はBiotの有効応力係数、 δ_{ij} はKroneckerデルタである。また、 ρ および ρ_f は、混合体および間隙流体の密度を表す。

3. 等方弾性体と異方性飽和多孔質弾性体の界面における波動の反射・屈折

図1に示す様な等方弾性体から異方性飽和多孔質弾性体に入射する波動について考える。このとき、異方性飽和多孔質弾性体中を伝播する屈折波の一般化変位は、次式で表現できる。

$$\tilde{q}_I = \tilde{A}_I e^{ik_j x_j} \quad (8)$$

ここに、 \tilde{A}_I は一般化変位の振幅成分、 k_j は波数ベクトルを表す。また、 i は虚数単位、 e は自然対数の底を表す。式(8)を式(2)に示す運動方程式に代入し、物体力成分をゼロと仮定する。このとき、一般化変位の非自明解を考えると、波数ベクトルの成分 k_3 に関する以下の方程式を得る。

Key Words: 異方性飽和多孔質弾性体, 屈折波, 境界要素法

〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1-W8-22 TEL 03-5734-3587 FAX 03-5734-3587

$$C_1(k_3^\alpha)^8 + C_2(k_3^\alpha)^7 + \cdots + C_8 k_3^\alpha + C_9 = 0, \\ \operatorname{Re}[k_3^\alpha] \leq 0, \alpha = 1, 2, 3, 4 \quad (9)$$

ここに、 C_i ($i = 1, 2, \dots, 9$) は定数である。なお、式(9)の導出では、等方弾性体中の入射波と異方性飽和多孔質弾性体中の屈折波の波数ベクトルの水平方向成分(すなわち、 k_1, k_2)が等しくなる性質を用いている。

4. 周波数領域境界要素法による屈折波の計算

周波数領域境界要素法による反射波・屈折波の計算では、等方弾性体の変位に関する境界積分方程式と、異方性飽和多孔質弾性体の一般化変位に対する境界積分方程式³⁾を連立して解く。このとき、両者の界面において以下の条件式を用いて境界積分方程式を整理する。

$$\tilde{u}_i^* = \tilde{u}_i, \tilde{t}_i^* = -\tilde{t}_i \quad (10)$$

$$\tilde{p}_n = 0 \quad (11)$$

ここに、 $()^*$ は等方弾性体に関する物理量を表す。式(10)において、 \tilde{t}_i は表面力を表し、これらの式は変位と応力の連続条件を表している。一方、式(11)において、 \tilde{p}_n は間隙流体の流出量であり、等方弾性体内部には間隙流体は浸透しない条件を示している。

5. 数値解析例

上述の理論に基づき、等方弾性体から異方性飽和多孔質弾性体へ入射する屈折波の計算例を以下に示す。本稿で示す解析では、周波数は100(Hz)、等方弾性体からの入射波は単位振幅の平面縦波とし、その入射角は $\pi/3$ (rad)とした。等方弾性体には硬石膏を用い、その密度は 3000 (kg/m^3)、縦波速度は 5630 (m/s)、横波速度は 3110 (m/s)とした。一方、異方性飽和多孔質弾性体には、横等方性材料である砂岩²⁾を用いた。異方性飽和多孔質弾性体を構成する間隙流体には、密度を 950 (kg/m^3)、粘性係数を 0.08 ($\text{Pa} \cdot \text{s}$)とする原油を用いた。

解析結果として、界面近傍の異方性飽和多孔質弾性体中の固体骨格部の変位の絶対値を図2に示す。同図には、式(9)を解くことで得られる波数ベクトルに基づく屈折波の進行方向と、境界要素法による解析結果の両方を示している。なお、屈折波の進行方向に関しては、同図の面外方向の振動に対応するqS2波は示していない。この結果から、qP1波およびqS1波に関して、波数ベクトルから求めた進行方向と境界要素法によって得られた屈折波の波面が直交していることが確認できる。

図2に、界面近傍の異方性飽和多孔質弾性体中の間隙流体の圧力の絶対値を示す。この結果から、間隙流体の圧力は界面近傍でその値が大きく、その場に留まるような振る舞いを示すことが確認できる。これは、拡散現象に近い振

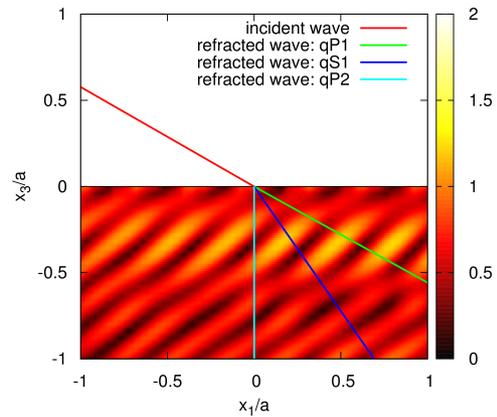


図2 屈折波の計算結果(固体骨格部の変位の絶対値 $|\tilde{u}_i|$)

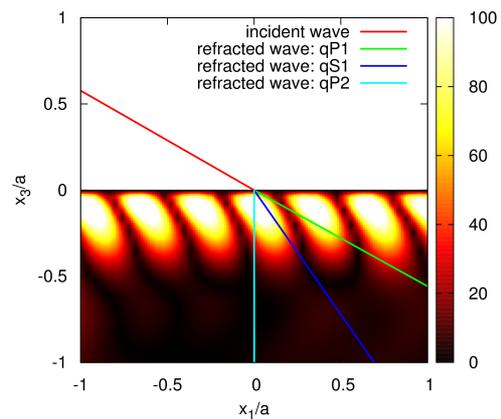


図3 屈折波の計算結果(間隙流体の圧力の絶対値 $|\tilde{p}|$)

る舞いを示すことで知られているqP2波による影響であると考えられる。

6. おわりに

本研究では、等方弾性体と異方性飽和多孔質弾性体の界面における波動の反射・屈折に着目し、理論解析による屈折波の進行方向の計算、境界要素法による異方性飽和多孔質弾性体中の固体骨格部の変位および間隙流体の圧力の計算を行った。両者の比較から、qP1波およびqS1波に対応する屈折波を確認することができた。また、qP2波の影響により、界面近傍で間隙流体の圧力の値が大きくなることが確認された。本稿では、屈折波に着目した考察を行ったが、今後は、反射波および屈折波に対する入射波のエネルギーの分配についても考察を行う予定である。

参考文献

- 1) Biot, M.A.: Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media, *J. Appl. Phys.*, Vol.33, No.4, pp.1482–1498, 1962.
- 2) Carcione, J.M.: Wave propagation in anisotropic saturated porous media: Plane-wave theory and numerical simulation, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.99, No.5, pp.2655–2666, 1996.
- 3) 古川陽, 斎藤隆泰, 廣瀬壯一: 異方性飽和多孔質弾性体の3次元弾性波動問題を対象とした周波数領域境界要素法の開発, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.71, No.2 (応用力学論文集 Vol.18), I.255–I.266, 2015.