

乾燥亀裂形成過程の数理モデルと数値解析

慶應義塾大学大学院 学生員 ○廣部 紗也子
慶應義塾大学 正会員 小國 健二

1. はじめに

乾燥破壊現象によって生じる亀裂は、地盤の強度や圧縮性、透水性に影響を与える。そのため、乾燥破壊現象のメカニズムを明らかにし、乾燥亀裂の発生及び進展を予測することは、土構造物の安定性を確保する上で非常に重要である。

乾燥亀裂が網目状構造をもち、亀裂によって囲まれたセルの特徴的なサイズが試料の層厚に対し規則的に変化することは、多くの実験によって確かめられている。乾燥亀裂は様々な材料において観察されるが、亀裂の網目状構造、セルの階層的な形成過程、層厚に対するセルの規則的な変化は材料によらず保たれていることから、乾燥破壊現象の背景に共通の支配法則が存在することは明らかである。しかしながら、既存のモデルおよび数値解析手法ではこのような乾燥亀裂の特徴を十分に再現できておらず、乾燥破壊現象に亀裂パターン形成のメカニズムは未だ明らかにできていない。

2. 目的

本研究では、乾燥に伴う試料内部の水分移動の問題と、不均一な水分分布に応じた体積収縮による試料の変形問題に対し、亀裂の影響を適切に取り入れた、乾燥破壊現象に対する、乾燥・変形・破壊の連成モデルを提案する。また、提案したモデルに基づき、有限要素法と Particle Discretization Scheme Finite Element Method (PDS-FEM) を用いた乾燥と変形・破壊の弱連成解析を行うことで、乾燥破壊現象における亀裂パターンとその形成過程、および層厚に依存したセルサイズの変化を再現することを目的とする。

3. 乾燥破壊実験

解析に用いるパラメータの設定と、解析結果との比較のため、炭酸カルシウムを用いた乾燥破壊実験を行った。実験では体積含水率 72%の炭酸カルシウム懸濁液を 10cm×10cm×5cm の四角いアクリル容器に注ぎ、懸濁液の厚さが 5mm, 10mm, 20mm, 30mm になるように調整した。作成した試料を室温 20℃の一定条件下で乾燥させた結果、層厚 5mm と 30mm の試料上面に形成された亀裂パターンを図-1 に示す。いずれの層厚においても、上面には網目状の亀裂が形成され、亀裂によって囲まれたセルの平均的な面積が、層厚の増加にしたがって増加する様子が確認できた。

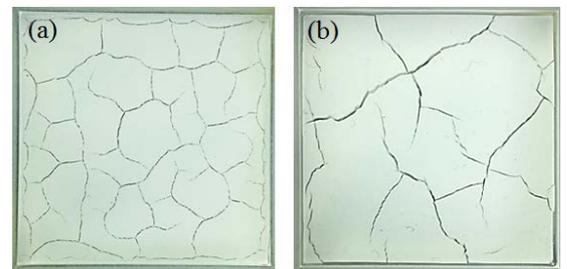


図-1 乾燥実験における亀裂パターン
(a)層厚 5mm, (b)層厚 30mm

4. 数理モデル

乾燥に伴う試料内部の水分移動は、水分拡散係数が一定で、重力の影響を無視できると仮定すると体積含水率に関する線形拡散方程式によって表される。この水分移動の問題において亀裂面は新たに発生した蒸発面とみなすことができる。よって、初期体積含水率分布と、外気に接している試料表面と亀裂面に蒸発による水分フラックスを表す Neumann 型境界条件が与えられているとき、各時刻における試料内の水分分布は、拡散方程式に関する初期値境界値問題を解くことによって得られる。

一方、変形の問題は連続体の微小変形に関する力のつり合い式 $\sigma_{ij,j} = 0$ によって表される。 σ_{ij} は応力テンソルである。ただし、乾燥収縮による変形の場合、乾燥収縮ひずみ ϵ^d は水分蒸発による体積減少に起因する、非弾性ひずみである。つまり乾燥収縮ひずみ ϵ^d は応力の発生に寄与しない。したがって、乾燥収縮において発

キーワード 乾燥亀裂, パターン形成, 連成モデル, PDS-FEM

連絡先 〒223-8522 神奈川県横浜市港北区日吉 3-14-1 慶應義塾大学理工学部 TEL 045-566-1834

生ずる応力は $\sigma_{ij} = c_{ijkl}(\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^s)$ によって定義される。ここで、 c_{ijkl} は弾性係数、 ϵ_{kl} は全ひずみである。変形の問題では亀裂面はトラクションがゼロとなる面として扱われる。よって、変位境界条件が与えられるとき、変形の問題は亀裂面でトラクションがゼロとなるような Neumann 型境界条件が与えられた、力のつり合い式に関する境界値問題として表される。

これらの水分移動の問題と変形の問題は、体積含水率の変化量と体積収縮ひずみ（材料の等方性を考慮することで体積収縮ひずみから乾燥収縮ひずみが求まる）の関係式を導入し、共通の亀裂面がそれぞれの問題に及ぼす影響を支配方程式中に取り入れることで連成させることができる。

5. 解析手法

本研究では、水分移動に関する初期値境界値問題は四面体一次要素を用いた有限要素法によって数値的に解き、変形に関する境界値問題及び破壊の解析には PDS-FEM を用いる。PDS-FEM では、変位場は Voronoi ブロックによって離散化され、ひずみ場と応力場は Voronoi ブロックと共役な Delaunay 四面体上で平均化される。亀裂面は Voronoi ブロック境界上で定義され、変形に関する境界値問題で亀裂面に与えられた Neumann 型境界条件は、PDS-FEM では剛性マトリクスの変分としてモデル化されている。また、PDS-FEM における亀裂モデルは、水分移動に関する初期値境界値問題で亀裂面に与えられた Neumann 型境界条件をモデル化するため、水分移動に関する有限要素解析にも導入される。有限要素解析における四面体一次要素が PDS-FEM における Delaunay 四面体と一致するように定めると、Neumann 型境界条件は、破壊した四面体要素に異方性をもつ水分拡散係数を導入し、要素を構成する節点に蒸発による水分フラックスを与えることでモデル化できる。

このような水分移動に関する有限要素解析と、変形・破壊に関する PDS-FEM による解析との弱連成解析を行い、亀裂進展過程を再現する。

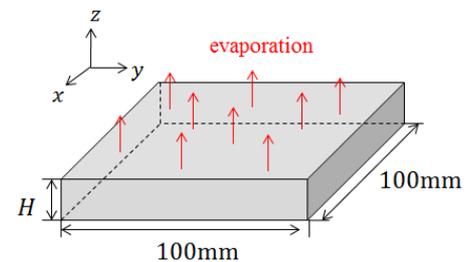


図-2 解析モデル

6. 解析結果

解析では、炭酸カルシウムによる乾燥破壊実験を再現するため、図-2のような解析モデルを作成し、解析を行った。実験と同様、層厚 H は、5mm, 10mm, 20mm, 30mm の4種類に設定し、容器と接していた底面と側面の変位は拘束されているとする。また、蒸発は上面からのみ起こるとする。

層厚 5mm と 30mm の場合の解析結果を、図-3 に示す。炭酸カルシウムの乾燥破壊実験と同様に、網目状の亀裂が形成され、多角形状のセルが形成されていることが分かる。また、層厚が増加するにしたがって、セルの平均的な面積が増加している。

さらに、亀裂の進展過程を見ると、セルが亀裂によって階層的に分割する様子も再現できている。これらの乾燥亀裂の特徴は、乾燥破壊実験において観察されたものと一致する。

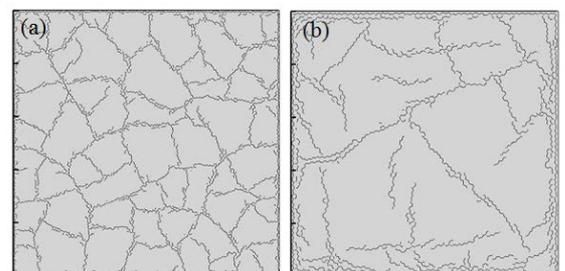


図-3 数値解析における亀裂パターン
(a)層厚 5mm, (b)層厚 30mm

7. まとめ

本研究では、乾燥破壊現象に対し、乾燥・変形・破壊の連成モデルを提案し、有限要素法と PDS-FEM を用いた弱連成解析を行った。得られた解析結果における乾燥亀裂の特徴が実験結果と一致していることから、提案モデルおよび手法は、乾燥破壊現象の再現に必要な基本的なメカニズムを有しているといえる。

参考文献

小國健二, 堀宗朗, 阪口秀: 破壊現象の解析に適した有限要素法の提案, 土木学会論文集, No.766/I-68, pp.203-217, 2004.

Peron, H., Delenne, J., Laloui, L. and El Youssoufi, M.: Discrete element modelling of drying shrinkage and cracking of soils, Computers and Geotechnics, Vol.36, pp.61-69, 2008.