

結合力モデルを導入した共回転有限要素法による大変位・大回転破壊解析手法

○東北大学大学院工学研究科 学生員 鈴木 峻
 東北大学災害科学国際研究所 正 員 寺田 賢二郎
 東北大学災害科学国際研究所 正 員 森口 周二
 東北大学大学院工学研究科 正 員 高瀬 慎介
 法政大学デザイン工学部 正 員 竹内 則雄

1. はじめに

平成7年兵庫県南部地震や平成23年東北地方太平洋沖地震による津波で多数の土木構造物が壊滅的な機能不全に陥り、多くの人命が失われた。これらの構造物の破壊を引き起こすような大規模災害において、被害を最小限に抑えるためには少なくとも構造物の崩壊挙動を予測する必要がある。

破壊現象を扱う既往の研究において、構造物の一部に微細なき裂が発生・進展していく問題に対して多くの成果がある一方で、これらは微小変形を前提としているため、構造物が崩壊するときの大変位・大回転運動を解析することはできない。そこで、本研究では微小変形理論に幾何学非線形性を考慮した Crisfield ら¹⁾の共回転有限要素法に、結合力モデルを導入して、大変位・大回転破壊解析手法を提案する。

2. 結合力モデルを導入した共回転有限要素法

2.1 共回転有限要素法

共回転有限要素法は、物体の運動を剛体運動と連続体の変形に分離したものであり、Crisfield ら¹⁾によって定式化されている。空間方向に離散化した物体を、大域座標と要素の中心のスピンを零にするような局所座標を用いて、要素の剛体運動と、純粋な変形を考えるものである。離散化した局所変位の増分 δd_ℓ が、離散化した大域変位の増分 δd_g と変換行列 T で表されるとき、線形化方程式は次式で与えられる。

$$K_{tg} \delta d_g = -(\mathbf{F}_g^{\text{int}} - \mathbf{F}_g^{\text{ext}}) \quad (1)$$

ここで、下付きの添え字 g は大域系の変数であり、 ℓ は局所系の変数を示す。 $\mathbf{F}_g^{\text{ext}}$ は大域外力ベクトルである。 K_{tg} は大域接線剛性行列、 $\mathbf{F}_g^{\text{int}}$ は大域内力ベクトルであり、それぞれ $T^T K_{t\ell} T + K_{t\sigma}$ 、 $T^T \mathbf{F}_\ell^{\text{int}}$ とする。 $K_{t\ell}$ 、 $\mathbf{F}_\ell^{\text{int}}$ は局所接線剛性行列、局所内力ベクトル、 $K_{t\sigma}$ は幾何剛性行列である。

2.2 結合力モデルを導入した共回転有限要素法

共回転有限要素法では、要素の運動を剛体運動と純粋な変形に分離する。一方、結合力モデルは不連続面の相対変位から表面力を与えるものである。したがって、結合力モデルを大域系での相対変位-表面力関係ととらえれば、そのまま共回転有限要素法を適用できる。具体的には式(1)

に結合力モデルによる項を加えることで次式を得る。

$$\left(\begin{bmatrix} K_{tg}^{[1]} & 0 \\ 0 & K_{tg}^{[2]} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{dis}^{[1],[1]} & K_{dis}^{[1],[2]} \\ K_{dis}^{[2],[1]} & K_{dis}^{[2],[2]} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \delta d_g^{[1]} \\ \delta d_g^{[2]} \end{Bmatrix} = - \left(\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_g^{\text{int},[1]} \\ \mathbf{F}_g^{\text{int},[2]} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{dis}^{\text{int},[1]} \\ \mathbf{F}_{dis}^{\text{int},[2]} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_g^{\text{ext},[1]} \\ \mathbf{F}_g^{\text{ext},[2]} \end{Bmatrix} \right) \quad (2)$$

ここで、 $K_{tg}^{[1] \text{ or } [2]}$ 、 $\mathbf{F}_g^{\text{int},[1] \text{ or } [2]}$ は大域接線剛性行列、大域内力ベクトル、 $K_{dis}^{[1],[2]}$ 、 $\mathbf{F}_{dis}^{\text{int},[1] \text{ or } [2]}$ は結合力モデルによる接線剛性行列、内力ベクトルである。

3. 数値解析例

コンクリートなどの準脆性材料を対象に解析を行う。以下の解析例においては、平面応力状態を仮定し、定ひずみ三角形要素を用いる。ひび割れ界面のモデル化には、次式に示す Wells ら²⁾が用いた表面力-開口変位関係を採用する。

$$t_n = f_t \exp\left(\frac{f_t}{G_f} \kappa\right) \quad (3)$$

$$t_s = d_{\kappa=0.0} \exp(h_s \kappa) \llbracket u \rrbracket_s \quad (4)$$

ここで、 t_n 、 t_s はひび割れ面の法線方向、接線方向の表面力、 f_t は材料の引張強度、 G_f は破壊エネルギー、 κ は載荷履歴における最大開口変位、 $\llbracket u \rrbracket_s$ は相対すべり変位、 h_s は $\ln(d_{\kappa=1.0}/d_{\kappa=0.0})$ で与えられるパラメータである。 $d_{\kappa=1.0}$ 、 $d_{\kappa=0.0}$ はそれぞれ $\kappa = 1.0, 0.0$ のき裂せん断剛性である。

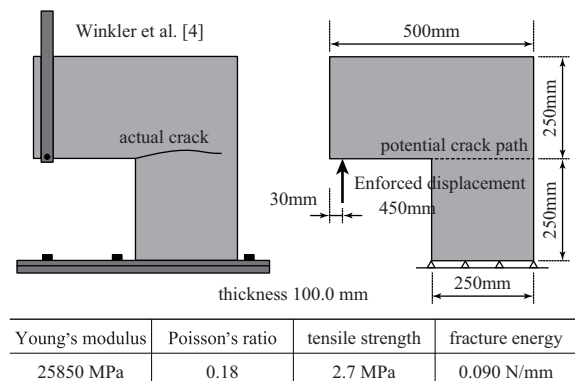
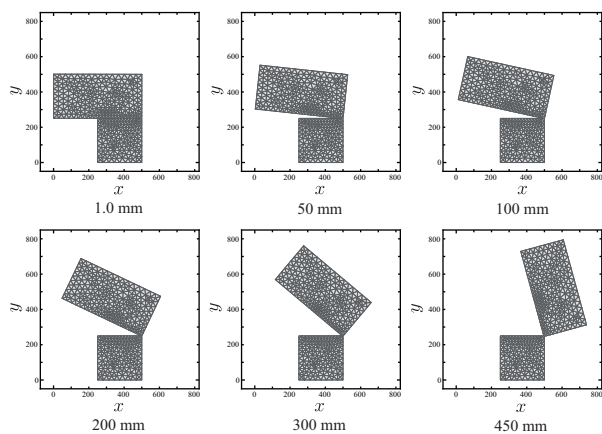


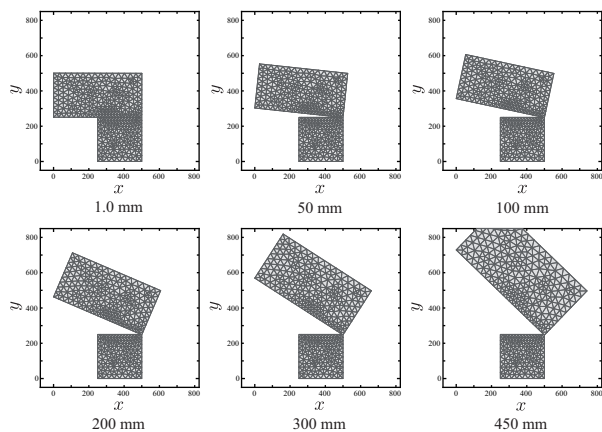
図-1 L字型無筋コンクリート板の解析モデル

キーワード：共回転有限要素法，結合力モデル，大変位・大回転

〒980-0845 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, TEL 022-752-2132, FAX 022-752-2133



(a) 本手法（結合力モデルを用いた共回転定式化）



(a) 微小変形理論

図-2 各強制変位での変形図

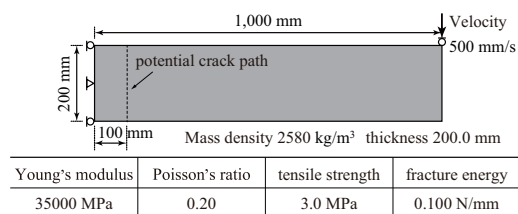


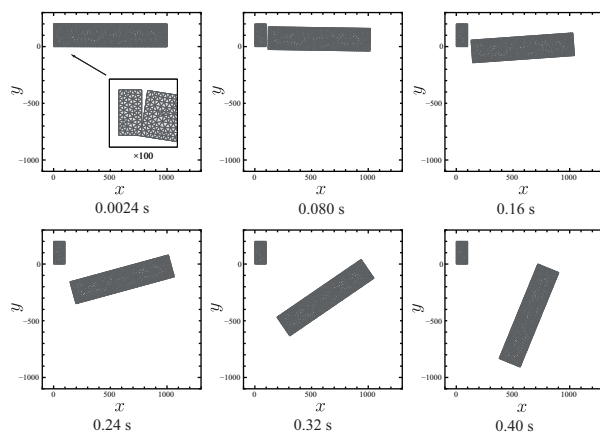
図-3 無筋コンクリート梁の解析モデル

3.1 L字型無筋コンクリート板の静的破壊解析

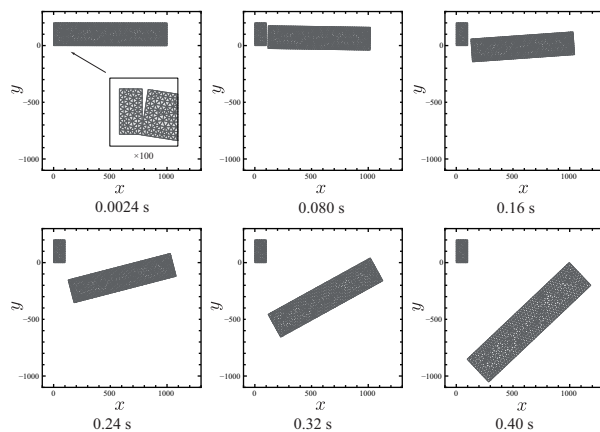
Winkler ら³⁾が実験を行った図-1に示すような解析モデルに対して強制変位を与えた。図-2は各強制変位の解析結果である。微小変形理論を用いた解析では上端の面積が膨張しているが、共回転有限要素法を用いた本手法では面積が膨張していないことがわかる。

3.2 無筋コンクリート梁の動的破壊解析

図-3に示すような解析モデルに対して右端に等速度を与えた。図-4は各時刻での変形図である。梁が完全に折れて回転運動が大きくなるにつれて、微小変形理論では面積が大きくなるが、共回転有限要素法を用いた本手法では面積が膨張していないことがわかる。このように、本解析手法は大変位・大回転運動を伴う構造物の破壊挙動を適切に表



(a) 本手法（結合力モデルを用いた共回転定式化）



(a) 微小変形理論

図-4 各時刻での変形図

現できることがわかる。

4. 終わりに

構造物の崩壊現象を再現するには、ひび割れの進展と構造物の大変位・大回転運動を併せた定式化が必要である。本研究では、大変位・大回転運動のための共回転有限要素法と、ひび割れ進展解析のための結合力モデルを組み合わせることにより、大変位・大回転破壊解析手法を開発した。そして、L字型無筋コンクリート板と無筋コンクリート梁の数値解析例において、ひび割れを伴う構造物の大変位・大回転運動を適切に表現できることを例示し、本手法の妥当性を検証した。

参考文献

- 1) Crisfield, M. A. and Moita, G. F.: A co-rotational formulation for 2-D continua including incompatible modes, *Int. J. Numer. Methods Engng*, Vol.39, pp.2619-2633, 1996.
- 2) Wells, G. N. and Sluys, L. J.: A new method for modelling cohesive cracks using finite elemtns, *Int. J. Numer. Methods Engng*, Vol.50, pp.2667-2682, 2001.
- 3) Winkler, B., Hofstetter, G. and Lehar, H.: Application of a constitutive model for concrete to the analysis of a precast segmental tunnel lining, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.28, pp.797-819, 2004.