

混合ガウスモデルを利用した落石リスク評価手法の提案

○東北大学大学院工学研究科 学生会員 菅野 蓮華
 東北大学災害科学国際研究所 正会員 森口 周二
 東北大学災害科学国際研究所 正会員 寺田 賢二郎
 東北大学大学院工学研究科 正会員 高瀬 慎介

1. はじめに

落石の被害から構造物・人命を守るための対策工の設計には、落石運動の予測が重要となる。落石運動の予測およびリスク評価に関して様々な手法が提案されており、現在では数値解析が落石運動の予測手段として、実務レベルで使用されている。今後は落石の経路・エネルギー等の空間的な分布や不確実性を考慮したリスク評価を実現すれば、より効率的な落石対策が可能になると考えられる。

本研究では、数値シミュレーションと統計学的手法とを組み合わせ、落石が運動エネルギーの許容値を超えて通過する危険性（超過確率）の空間分布を出力できる評価手法を提案する。また検証のため、実際に発生した落石を対象として本手法を適用し、その有用性を確認した。

2. 3次元個別要素法の概要

本研究では3次元個別要素法（DEM; Discrete Element Method）¹⁾によって落石や斜面の形状を再現し、落石の経路および運動エネルギーを評価する。使用したDEMは、球要素間の運動特性をバネおよびダッシュポット、スライダの要素で表現する一般的な接触力モデルに基づくものである。要素どうしが接触している間はこのモデルによって接触力が評価され、運動方程式に反映される。計算ステップ毎にこの方程式を解いて物理量を更新することで、要素の運動の変化が表現される。複雑形状を有する物体でも、球要素を連結させることで物体の形状を表現できる。このDEMを用いた数値シミュレーションにより、落石の3次元的な通過経路および運動エネルギーの情報が得られる。

3. 確率論的リスク評価手法の枠組み

本研究では斜面表面に貼り付くような2次元メッシュを想定し、各メッシュ上にある設定値以上の運動エネルギーを持つ落石が通過する確率（超過確率）を評価する。本研究ではこの超過確率の空間分布を求めることでリスク評価を行う。メッシュ毎の離散的なデータとして得られる通過確率を、混合ガウスモデル（GMM; Gaussian Mixture Model）²⁾³⁾と呼ばれる連続関数により補間することで、分布を表現する。GMMは複数個の正規分布を重ね合わせたものであり、複雑な分布が表現できる。

$$p(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^m \alpha_i \varphi(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i), \quad \alpha_i > 0, \quad \sum_{i=1}^m \alpha_i = 1 \quad (1)$$

ここで、 $\varphi(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ は平均ベクトル $\boldsymbol{\mu}$ 、共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ の正規分布を示している。また、 m は重ね合わせるガウス分布の個数、 α は混合比である。 $\boldsymbol{\theta}$ は未知パラメータの集合を表わしている。

$$\boldsymbol{\theta} = (\alpha_1, \boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\Sigma}_1, \alpha_2, \boldsymbol{\mu}_2, \boldsymbol{\Sigma}_2, \dots, \alpha_m, \boldsymbol{\mu}_m, \boldsymbol{\Sigma}_m) \quad (2)$$

観測データに基づいたGMMの未知パラメータを推定する手法として、EM（Expectation and Maximization）アルゴリズム⁴⁾を用いる。

いま、 $p(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$ の推定に用いたデータ数を N とすると、メッシュを通過する落石の個数は $p(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$ 、 N 、メッシュ面積 S の積である。したがって超過確率を求める式は

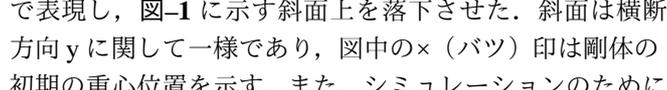
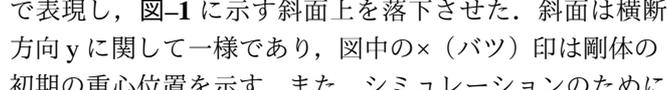
$$P(S) = \frac{N \int_S p(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}) dS}{\text{Number of simulations}} \quad (3)$$

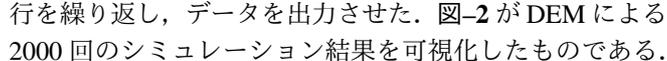
となる。積分値はメッシュの中央値座標を用いて数値的に求める。なおデータ数 N は試行回数とは異なる値であり、それぞれの試行で落石が通った経路上の、メッシュ数の記録の総数である。つまり、

$$N = \sum_k N_k \quad (4)$$

と表される。ここで、 N_k は k 番目のシミュレーションで落石が通過するメッシュ数である。

4. 解析モデルへの適用例

検証のため、2015年6月に愛知県蒲郡市で発生した落石事例を対象として、本手法を適用した。この事例では、現場の斜面下に設置されていた落石防護柵を破壊して落石が停止した。そこで検証において、防護柵よりエネルギー耐久性に優れる落石防護土堤の新設を想定し、同規模の落石が発生する場合の安全性に関するリスク評価を行った。DEM解析によって、落石を双四角錐の形状をもった剛体で表現し、-1に示す斜面上を落下させた。斜面は横断方向 y に関して一様であり、中の \times (バツ) 印は剛体の初期の重心位置を示す。また、シミュレーションのために設定したパラメータ値を表-1に示す。

落石の経路やエネルギーの空間的な広がりを調べるため、落石の初期姿勢を乱数を用いて少しずつ変化させながら試行を繰り返す。データを出力させた。-2がDEMによる2000回のシミュレーション結果を可視化したものである。

キーワード：落石、個別要素法、混合ガウスモデル、リスク評価

〒980-0845 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, TEL 022-752-2132, FAX 022-752-2133

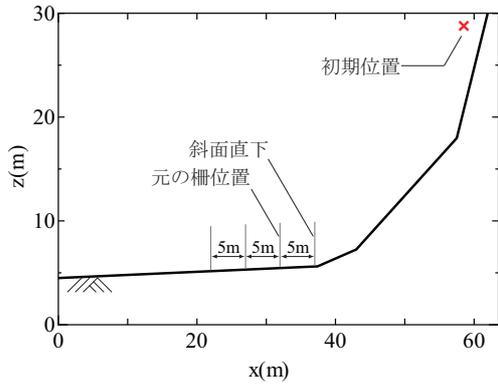


図-1 斜面モデル縦断面図

表-1 解析パラメータ

体積 m ³	質量 kg	粒子半径 m	反発係数 —	摩擦角 deg	ばね定数 N/m	時間刻み sec
38	110	0.60	0.30	30	1.0×10^8	1.0×10^{-6}

図-3は図-2のシミュレーション結果に基づいて、(防護土堤を想定した)5500kJの設計エネルギーに対する超過確率の分布を評価したものである。解析領域を区画する2次元メッシュのサイズは1辺1mとした。この超過確率分布に基づき、防護土堤が破壊されずに落石エネルギーを受け止められる設計位置を調べるため、図-3中に黒線で示す4地点で検討を行った。図-4は、斜面横断方向に延びる防護土堤を想定した場合の、各設計位置での土堤に対する超過確率を求めたグラフである。なお想定する防護土堤は水平で、解析領域と同幅のものとした。GMMを用いて解析領域上のある構造物に対する超過確率を求める場合は、落石の落下方向に合わせて構造物の境界をなぞるような線分を定め、線分が通るメッシュ全体を領域Sとして式(3)を計算すればよい。以上の方法で求めた図-4の結果より、斜面直下から10m以上離して防護土堤を設置すれば、超過確率を十分に小さくできることが分かった。

5. 終わりに

本研究では、空間分布を考慮した落石の確率論的リスク評価手法を構築した。GMMを利用することで、離散した超過確率の分布を空間全体で連続的に扱えるよう補間し、ある試行回数で得られた偶発的な結果から平均的な落石挙動を推測・評価した。また本稿では割愛したが、GMMの導入によって確率論的リスク評価に必要な計算コストを削減できた。さらに本手法を実際の落石に基づく数値実験へ適用し、落石対策工の設計のための有効な情報が得られることを確認した。今後の展望としては、落石対策工の最適配置問題への応用が考えられる。

参考文献

1) Cundall, P. A. : A Computer model for simulating progressive, Large Scale movement in blocky rock system, Proceedings of ISRM Symposium, pp.11-18, 1971.

2) McLachlan, G. J., K.E. Basford : Mixture Models: Inference and Applications to Clustering, Marcel Dekker, 1988.
 3) McLachlan, G. J., D. Peel : Finite Mixture Models, Wiley, 2000.
 4) 樺島祥介, 上田修功 : ”計算統計I” 第III部平均場近似・EM法・変分ベイズ法, pp.157-162, 岩波書店, 2003.

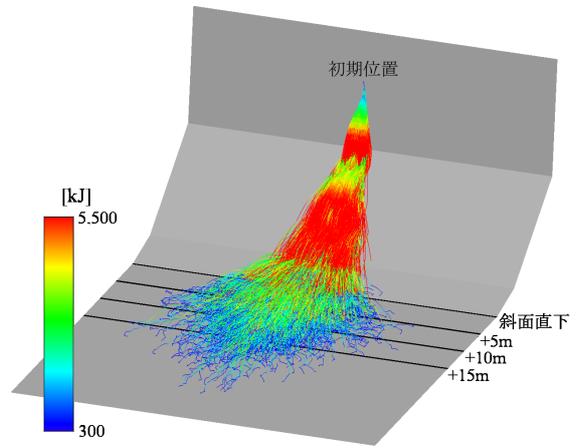


図-2 DEMによるシミュレーション結果

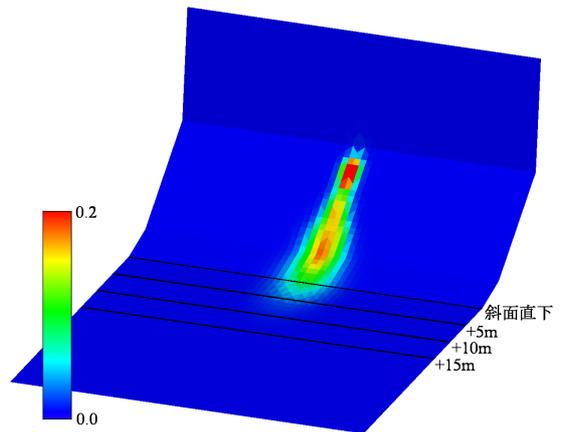


図-3 GMMを用いた超過確率分布

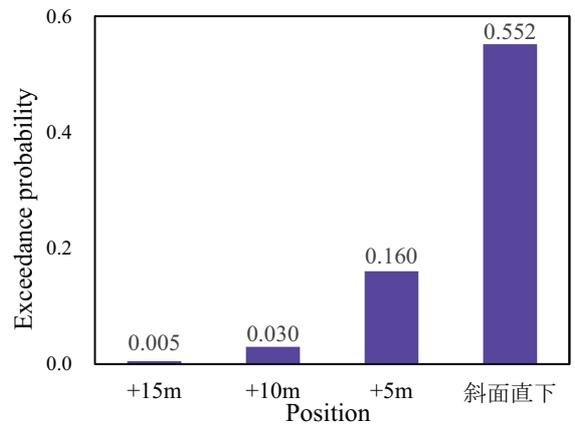


図-4 各設計位置での超過確率