スペクトル確率有限要素法の地震応答解析への適用

大成建設(株) 正会員○堀田 渉 正会員 羽場 一基 正会員 畑 明仁 正会員 渡辺 和明

１．はじめに

原子力発電所における確率論的安全評価の導入が進む中，地盤物性の不確実性の取り扱いはとりわけ重要な課題となっている．この不確実性を合理的に扱うための有効な数学的ツールである確率論を用いた数値解析手法として，確率有限要素法が挙げられる．著者らは，従来の摂動法に基づく確率有限要素法に代わる手法として，より精度の高いスペクトル確率有限要素法[1)]（以下，SSFEM）を用いて，地盤物性の空間的ばらつきを定量的に評価する検討を進めている．

本論文では，斜面を模擬したモデルを対象に，SSFEM を用いた地震応答解析を行い，地盤物性のばらつきが応答値に与える影響を定量的に表すとともに，相関構造と応答値の関係を分散関数を用いて分析を行った．

２．SSFEM の概要

SSFEM は，確率過程を Karhunen-Loeve 展開（以下，KL 展開）と Polynomial Chaos 展開（以下，PC 展開）を用いて，離散的に表現することで有限要素法に適用した解析手法である．

まず，入力物性場（具体的には地盤剛性）が確定成分と確率変動成分に分離できるものとする．すなわち $E(x,\omega)=\overline{E}(1+\alpha(x,\omega))$ で表される．ここで，ω は標本空間の標本点であり，変動成分 $\alpha(x,\omega)$ をガウス分布とすると，$\alpha(x,\omega)$ は KL 展開により独立な正規確率変数の級数に展開できる．一方，地盤剛性がガウス分布であっても，一般に境界値問題の解である変位 $u(x,\omega)$ が常にガウス分布になるとは限らない．このため，$u(x,\omega)$ の近似では PC 展開を用いる．PC 展開は，Hermite 多項式を基底として確率場を級数和で近似するものである．

SSFEM の支配方程式は，$[L(x)+\alpha(x,\omega)R(x)][u(x,\omega)]=f(x)$ のように表される．ここで，$L(x)$ が確定項に対する演算子，$\alpha(x,\omega)R(x)$ が確率項に対する演算子である．上記支配方程式を FEM により離散的に解くために，KL 展開，PC 展開および形状関数により近似し，解の直交性を利用することで，$u(x,\omega)$ を算出する．

３．地震応答解析への適用例

３．１．解析条件

表層と深部による 2 層構造の斜面を対象に，SSFEM による時刻歴応答解析を行った．解析モデルおよび解析物性値を図-1，表-1 に示す．側方および底面は粘性境界とし，入力地震波はコンクリート標準示方書[2)]に示されるレベル 2 地震動の内陸型-1 の波形を用いた．地盤剛性の変動係数（標準偏差/期待値）は 0.3 とし，相関距離（水平 θx，鉛直 θy）については 1～1000m の間で変化させ，空間的ばらつきが応答値に与える影響を検討した．なお，地盤剛性の確率場についてはガウス分布，自己相関関数は指数型を採用し，Layer1 と Layer2 の間には地盤剛性の相関性はないものとした．減衰マトリクスについては剛性比例減衰を用いた．数値積分法は Newmark の β 法（β=0.25）とした．

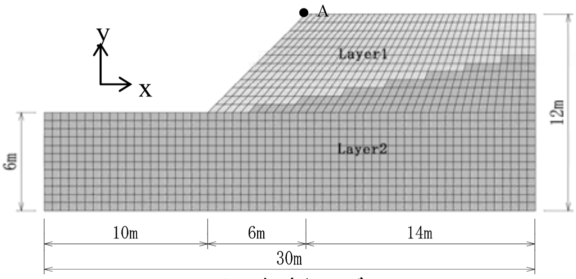

図-1 解析モデル

表-1 解析物性値

項目	単位	Layer1	Layer2
単位体積重量 γ	kN/m^3	18	20
せん断弾性係数 G	MPa	50	200
動ポアソン比 ν	-	0.4	0.3
減衰定数 h	%	3.0	3.0
変動係数 COV_G	-	0.3	0.3
相関距離 θx,θy	m	Various	

３．２．解析結果

A 点の水平変位および水平加速度の時刻歴を図-2 に示す．θx=θy=30 の場合，変位の期待値に＋1σ のばらつきを考慮しても 1mm 以下の変動であり，加速度においても 50gal 程度である．

一方，図-3 に示す応答スペクトルにおいては，応答値の期待値は最大 2400gal（赤実線）であるが，＋1σ のばら

キーワード 確率論的リスク評価，スペクトル確率有限要素法，Karhunen-Loeve 展開，分散関数
連絡先 〒163-0606 東京都新宿区西新宿 1-25-1 大成建設(株) 原子力本部 ＴＥＬ03-5381-5930

つきを考慮すると最大 3000gal（赤点線）となる．また，固有値解析により求めた本モデルの 1 次固有周期は 0.17sec であり，応答値が一次固有周期に近づくほど，応答値のばらつきは増大する傾向にある．異なる相関距離による比較では，θx=θy=30 の場合に比べ，θx=θy=1 の場合の方が応答値のばらつきは小さい結果となる．ここで，最大応答値の分散に着目し，Vanmarcke により定式化された分散関数の理論値と比較した結果を図-4 に示す．本図は横軸を局所平均距離 L と相関距離（θx=θy）の比とし，縦軸を応答値の変動係数 COVs と空間的ばらつきの無い場合（θx=θy=1000）の応答値の変動係数 COVso の比として整理したものである．大竹[3)]らは，基礎構造物を対象に，沈下量の分散低減特性は，地盤内の応力状態を考慮した局所平均距離を用いた Vanmarcke の分散関数で評価できるとしている．本検討は時刻歴応答解析の最大応答値について分析を行ったものであるが，Vanmarcke の分散関数に概ね従って分散が低減していることが分かる．ここで，局所平均距離とは，確率場の局所平均値からなる移動平均場の平均化の対象となるサイズを指し，本検討においてはモデル幅の 30m を採用した．これは，畑ら[4)]の考えに基づき，地盤のせん断変形においては 1 次モードが卓越すると考えられるからである．

A 点の最大変位の確率密度関数を図-5 に示す．最大変位の期待値は 42.7mm であるが，θx=θy=30 のときは 27%の確率で 43mm を超えるのに対し，θx=θy=1 のときは 43mm を超える確率はほぼゼロとなる．SSFEM の結果は，地盤物性にばらつきが想定される問題に対して，応答値が多項式により表されるため，平均特性だけでなく，このような確率密度に関する情報も含んでいる．また，モンテカルロシミュレーションによる手法と異なり，一度の数値解析でこれらの情報を効率的に取得することが出来る．

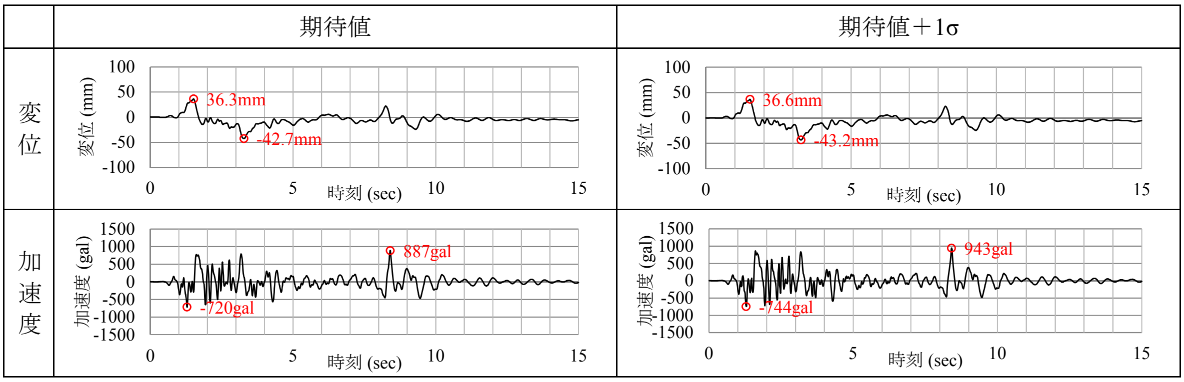

図-2 水平変位および水平加速度時刻歴（θx=θy=30 の場合）

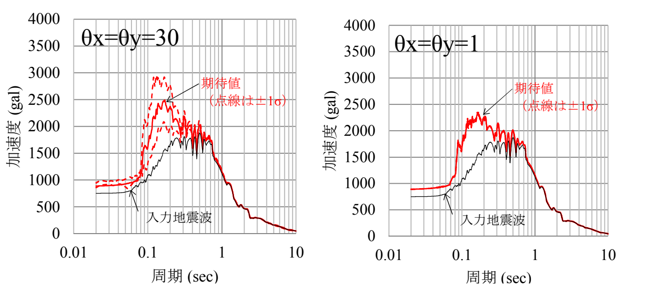

図-3 水平加速度応答スペクトル（減衰定数 h=0.05）

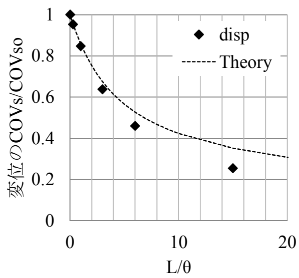

図-4 分散関数

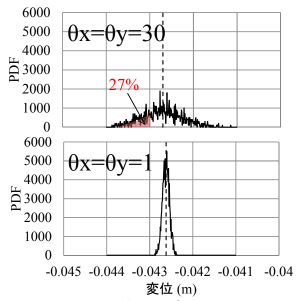

図-5 確率密度関数

4．まとめ

本論文では，地震を起因とした確率論的リスク評価に関わる解析手法の 1 つとして，SSFEM を用いた地震応答解析の適用性を検討した．その結果，地盤剛性のばらつきや相関構造の影響を定量的に表すとともに，局所平均距離と相関距離の比の増加に伴い，最大応答値の分散は減少するという自己相関構造の観点による整理も行った．

今後の展開としては，分散関数に関する同様の検討を進めるとともに，非線形特性の導入も必要と考える．また，斜面や土木構造物等のフラジリティ評価に対する検討や断層変位に対する検討，地盤の不確実性を扱う他の地盤工学問題に関わる事例についても検討を行い，SSFEM の適用方法を引き続き検討していく．

参考文献

1) R.G.Ghanem, P.D.Spanos: Stochastic Finite Elements -A Spectral Approach-, Dover Publications, Inc., 1991.
2) 土木学会:2012 年制定 コンクリート標準示方書 設計編,2012.
3) 大竹雄,本城勇介:地盤パラメータ局所平均を用いた空間的ばらつきの簡易信頼性評価法の検証,土木学会論文集C,Vol.68,No.3,pp.475-490,2012.
4) 畑明仁,坂下克之,志波由紀夫,清野純史:地盤物性の相関構造が地中構造物の地震応答に与える影響に関する数値的検討,土木学会論文集 A1,Vol.71,No.4,pp.459-475,2015.