多方向ひび割れ解析のためのTHASコンクリート構成則の提案

清水建設技術研究所　正会員　長谷川 俊昭

1．はじめに

地震時や複雑な載荷履歴下の鉄筋コンクリート構造物に発生する多方向ひび割れおよび多軸の圧縮やせん断の破壊を精度よく再現できるコンクリート構成モデルを構築することは非常に重要な課題である．本研究では，既往のひび割れ構成モデルの長所，短所を考慮して多方向ひび割れに関する新しい定式化に基づくコンクリート構成則を提案する．

2．既往のひび割れ構成モデル

新たなコンクリート構成則を構築するために代表的な既往のひび割れ構成モデルの特徴，長所，短所を簡単に整理する．

(1) 多方向固定ひび割れモデル[1)]：増分ひずみテンソルを弾性，ひび割れ，塑性などの増分ひずみ成分に分解し，各ひずみ成分に対応する増分応力間のつり合い条件を満足する増分応力テンソルを算出する．任意の交差角度を持つ多数本のひび割れを表現できる一方，その交差角度の閾値（threshold angle）の合理的な決定方法が確立されていない．ひずみ適合条件と応力つり合い条件に基づく合理性・汎用性の高い構成則であるが，これらの条件を満足させるために反復収束計算が必要であり求解とrobust性に問題がある．

(2) 全ひずみ直交固定ひび割れモデル[1)]：ひずみテンソルを各成分に分解することなく全ひずみテンソルに対応する全応力テンソルを規定する．互いに直交に発生しその角度が固定されるひび割れのみが考慮され三次元問題では直交する最大3本までのひび割れが許容されるが，地震時の鉄筋コンクリート構造物に生じるような鋭角交差ひび割れを表現できない．ひび割れ面のせん断伝達を考慮した場合には主応力と主ひずみの共軸性を失う．

(3)（全ひずみ直交）回転ひび割れモデル[1)]：全ひずみ直交固定ひび割れモデルにおいて主応力と主ひずみの共軸条件を課する．そのため主軸に直交するひび割れ面が回転することになりその物理的意味の非合理性が指摘される．

(4) アクティブクラックモデル[2)]：疑似的に直交とみなせる交差角度の範囲内（$\pi/2\pm\pi/8$）にある2本のひび割れを疑似直交ひび割れとしてそのひび割れの座標系を最大3組つまりひび割れを最大6本まで許容するひび割れ座標群が三次元場で定義される．最大の垂直ひずみが発生しているひび割れをアクティブクラックと仮定してアクティブクラックが属する座標系の応力をひび割れ群全体の応力と考える．アクティブクラック以外のひび割れはdormant crackと考えられ全体の応力の算定で無視されるためアクティブクラックとdormant crackの切替を行なう際に不連続な応答応力が生じる．

(5) マイクロプレーンモデル[3)]，多等価直列相モデル[4)]：ひずみテンソルを運動学的拘束条件によってマイクロプレーン，直列相のひずみベクトルに分解し，その応答応力ベクトルを積分することによって巨視レベルの応力テンソルを求める．巨視レベルでのひび割れや強度を陽に定義せず仮想仕事の原理に基づいて巨視レベルの剛性テンソルが求められる．

3．THASコンクリート構成則における多方向ひび割れ

上述した既往のひび割れ構成モデルのそれぞれの長所を取り込む形で多方向ひび割れと多軸圧縮せん断に対するコンクリートの新たな構成則のフレームワークを構築する．増分ひずみ形式ではなく全ひずみ形式の割線構成関係を基本とすることによって増分形の履歴経路積分にともなう数値誤差の蓄積を回避する．三次元場において3本の疑似直交ひび割れを考えるが完全直交からの許容偏差角度ϕを$\phi=\pm\pi/36$程度までに絞り込んだ疑似直交ひび割れ座標系を採用する．第i番目に生成する疑似直交ひび割れ座標系ci（**図−1**）における全ひずみテンソルs_{ij}^{ci}および全応力テンソルt_{ij}^{ci}は式(1)および式(2)によって求められる．ここでα_{ij}^{ci}：全体座標系に対する疑似直交ひび割れ座標系ciの方向余弦テンソル；　ε_{ij}：全体座標系の全ひずみテンソル；F_{ijkl}^{ci}：疑似直交ひび割れ座標系ciの割線剛性テンソル．

$$s_{ij}^{ci}=\alpha_{ki}^{ci}\alpha_{lj}^{ci}\varepsilon_{kl} \quad (1)\;; \qquad t_{ij}^{ci}=F_{ijkl}^{ci}s_{kl}^{ci} \quad (2)$$

t_{ij}^{ci}から全体座標系での全応力テンソルσ_{ij}を求解するためには以下のような方法が考えられる：（a）仮想仕事の原理や変分法に基づく求解；（b）t_{ij}^{ci}の不変量 I_1，J_2，J_3などに基づく求解．ここでI_1はt_{ij}^{ci}の1次不変量，J_2およびJ_3はt_{ij}^{ci}の偏差応力テンソルの2次および3次不変量；（c）t_{ij}^{ci}の重み付き平均としてのσ_{ij}の求解．本提案では各疑似直交ひび割れ座標系ciでのs_{ij}^{ci}およびt_{ij}^{ci}はひび割れた材料の内部状態変数（internal state variable）であると仮定して，t_{ij}^{ci}から算定される全弾性ひずみテンソルs_{Eij}^{ci}は各疑似直交ひび割れ座標系の内部耐荷抵抗ポテンシャルを代表し，かつ材料全体の耐荷抵抗ポテンシャルとみなせるσ_{ij}に直接的に寄与する機構を持っていると考える．各疑似直交ひび割れ座標系ciでのs_{Eij}^{ci}はひび割れによる異方性を反映したものであり，全体座標系の全弾性ひずみテンソルε_{Eij}はs_{Eij}^{ci}の平均によって求められると仮定する．これらの仮定に基づき提案するTHASコンクリート構成則（**T**oshiaki **HAS**egawa Concrete Constitutive Law ／ **T**otal-strain-based **H**asegawa's Concrete Constitutive Law with **A**verage Elastic **S**train）では以下のように構成関係が誘導される．全体座標系へ座標変換された疑似直交ひび割れ座標系ciの全応力テンソルσ_{ij}^{ci}および全弾性ひずみテンソルε_{Eij}^{ci}は式(3)

キーワード：　ひび割れ構成則，疑似直交ひび割れ，全ひずみ形式，弾性ひずみ，ひび割れ分岐安定性，熱力学第二法則
〒135-8530　東京都江東区越中島 3-4-17　TEL　03-3820-6960　FAX　03-3643-7260

および式(4)によって求められる．ここでE_{ijkl}は全体座標系の弾性剛性テンソルである．

$$\sigma_{ij}^{ci}=\alpha_{it}^{ci}\alpha_{ju}^{ci}t_{tu}^{ci} \quad (3) ; \qquad \varepsilon_{Eij}^{ci}=E_{ijkl}{}^{-1}\sigma_{kl}^{ci} \quad (4)$$

全体座標系の全弾性ひずみテンソルε_{Eij}および全応力テンソルσ_{ij}は式(5)および式(6)によって計算される．

$$\varepsilon_{Eij}=\sum_{ci=1}^{n_c}\varepsilon_{Eij}^{ci}\Big/ n_c \quad (5) ; \qquad \sigma_{ij}=E_{ijkl}\varepsilon_{Ekl} \quad (6)$$

ここでn_cは疑似直交ひび割れ座標系ciの総数である．式(1)～(6)を代入整理するとσ_{ij}の直接解である式(7)が得られる．式(7)は全体座標系の全応力テンソルσ_{ij}が疑似直交ひび割れ座標系ciの全応力テンソルt_{ij}^{ci}の平均によっても計算できることを示している．

$$\sigma_{ij}=E_{ijkl}\varepsilon_{Ekl}=E_{ijkl}\sum_{ci=1}^{n_c}E_{ijkl}{}^{-1}\alpha_{kt}^{ci}\alpha_{lu}^{ci}F_{turs}^{ci}\alpha_{vr}^{ci}\alpha_{ws}^{ci}\varepsilon_{vw}\Big/ n_c \quad (7a)$$

$$\sigma_{ij}=H_{ijkl}\varepsilon_{kl} , \qquad H_{ijkl}=\sum_{ci=1}^{n_c}\alpha_{it}^{ci}\alpha_{ju}^{ci}F_{turs}^{ci}\alpha_{kr}^{ci}\alpha_{ls}^{ci}\Big/ n_c \quad (7b)$$

上述の割線定式化と同様に増分構成関係は以下のように誘導される．ここで C_{ijkl}^{ci}は疑似直交ひび割れ座標系ciの接線剛性テンソル，すなわち$dt_{ij}^{ci}=C_{ijkl}^{ci}ds_{kl}^{ci}$である．

$$d\sigma_{ij}=D_{ijkl}d\varepsilon_{kl} , \qquad D_{ijkl}=\sum_{ci=1}^{n_c}\alpha_{it}^{ci}\alpha_{ju}^{ci}C_{turs}^{ci}\alpha_{kr}^{ci}\alpha_{ls}^{ci}\Big/ n_c \quad (8)$$

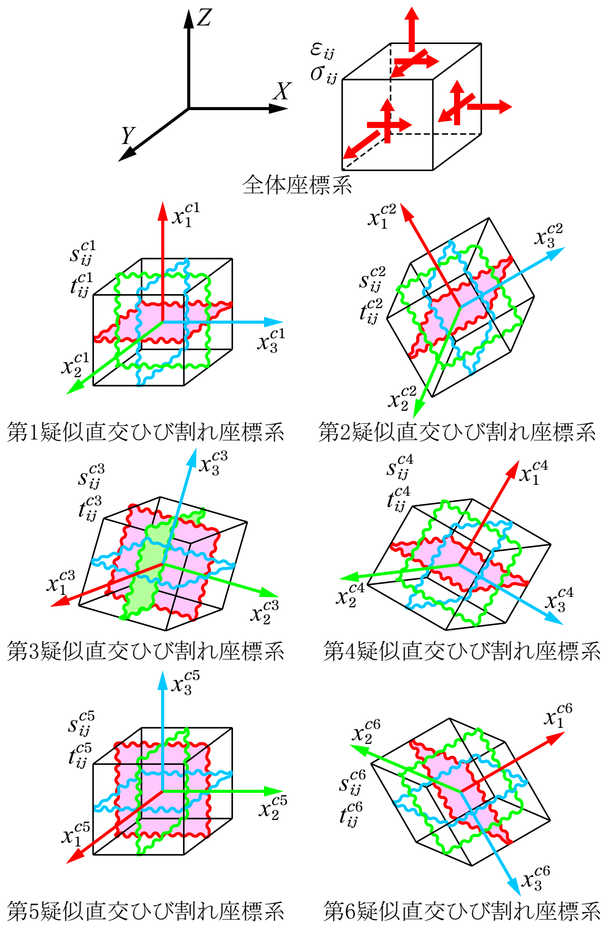
4．分岐・経路安定性問題としての交差ひび割れの発生判定

ひび割れ発生は全体座標系の主応力状態と3軸強度基準によって判定するが，すでに発生している疑似直交ひび割れの非直交方向に生じる可能性のあるひび割れについては合理的根拠のない交差角度の閾値を仮定してその発生を判定するのではなく，ひび割れの分岐・経路安定性問題として熱力学第二法則に基づいたひび割れ発生判定を行ない新たに非直交の疑似直交ひび割れ座標系を生成する．全体座標系の主応力状態が3軸強度基準を満足して非直交ひび割れの発生を判定する場合，その非直交ひび割れが発生しない状態を基本経路Fと考えてその基本経路上の応力テンソルσ_{ij}^{F}を計算し，一方その非直交ひび割れが発生する状態すなわち新たな疑似直交ひび割れ座標系が生成される状態を分岐経路Bと考えてその分岐経路上の応力テンソルσ_{ij}^{B}を計算する．熱力学第二法則によれば基本経路と分岐経路のうち内部エントロピー増分ΔS_{in}が最大化する経路が安定経路として生じる[5]と考えることができる．ひずみ制御条件（$\Delta\varepsilon_{ij}$一定）と等温過程（$\Delta T=0$）の場合にはHelmholtzの自由エネルギー増分ΔFつまり二次仕事$\delta^2 W$を考え，安定経路の条件は式(9)で表現される（Tは絶対温度）．非直交ひび割れの発生判定は式(10)によって行われる．ここで$\delta^2 W^F=\Delta\sigma_{ij}^{F}\Delta\varepsilon_{ij}/2$，$\delta^2 W^B=\Delta\sigma_{ij}^{B}\Delta\varepsilon_{ij}/2$．

$$\Delta F=-T\Delta S_{in}=\delta^2 W=\frac{1}{2}\Delta\sigma_{ij}\Delta\varepsilon_{ij}=\min \quad (9)$$

$\delta^2 W^F > \delta^2 W^B$ ：分岐経路Bが安定経路であり新たな非直交ひび割れが発生する (10a)

$\delta^2 W^F \leq \delta^2 W^B$ ：基本経路Fが安定経路であり新たな非直交ひび割れは発生しない (10b)



図—1 疑似直交ひび割れ座標系の生成過程の例

5．まとめ

鉄筋コンクリート構造物の多方向ひび割れ解析のためにTHASコンクリート構成則を提案した．本構成則ではひび割れ発生時に生成させる疑似直交ひび割れ座標系における応答応力から算定される弾性ひずみを内部状態変数と考え，これらをすべての疑似直交ひび割れ系にわたって平均化することによってひび割れた材料全体の応力を求める．非直交ひび割れの発生はひび割れの分岐・経路安定性問題として熱力学第二法則に基づいて判定される．

[参考文献]

1) Rots, J. G.: Computational modeling of concrete fracture, Ph.D. Thesis, Delft University of Technology, 1988.
2) 福浦尚之，前川宏一：非線形支配ひび割れ面の三次元同定と空間平均化構成則の高度化，土木学会論文集 E，Vol. 65, No. 1, pp.118-137, 2009 年 3 月．
3) 長谷川俊昭：一般化マイクロプレーンコンクリートモデルの再構築，土木学会論文集，No. 538/V-31, pp.129-147, 1996 年 5 月．
4) Hasegawa, T.: Multi equivalent series phase model for nonlocal constitutive relations of concrete, Fracture Mechanics of Concrete Structures, Proceedings of the Third International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures, Vol. 2, pp.1043-1054., 1998.
5) Bazant, Z. P., Cedolin, L.: Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories, Oxford University Press, 1991.