

### ダイナミックモデルによる道路の上下流端条件を考慮した交通流の非定常解析

京都大学 学生員 ○前原 耀太  
京都大学 フェロー 細田 尚  
三洋テクノマリン(株) 正会員 白井 秀和

#### 1. はじめに

本研究は、交通流の流体モデルのうちダイナミック・モデルを基本モデルとして考え、仮想的な道路において上下流端境界条件を考慮した非定常流の計算法について検討したものである。その際、一様流に与えた微小擾乱の安定性に着目した考察を行っている。

#### 2. ダイナミック・モデルの基礎式

ダイナミック・モデルの基礎式は以下に示す交通流密度の保存則(1)と運動方程式(2)で構成される[1,2].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0 \tag{1} \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{T} (U(\rho) - u) - \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \tag{2}$$

式(1)を用いて運動方程式(2)を運動量保存則に書き換えると式(3)となる。

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial u q}{\partial x} = \frac{1}{T} \rho (V(\rho) - u) - a^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} \tag{3}$$

ここに、 $t$ :時間、 $x$ :空間座標、 $\rho$ :車の平均密度、 $u$ :車の平均速度、 $q$ :交通流流量、 $T$ :ドライバーの反応時間に相当する定数、 $a$ :反応時間と密度に依存した定数( $\equiv -(1\text{台}/2T)\partial U(\rho)/\partial \rho$ )、 $U(\rho)$ :最適速度関数である。

運動方程式(2)の左辺は、追従モデル[2,3]の加速度項(慣性項)に対応しており、右辺の密度勾配項とともに追従モデルの一つである Newell モデルから導くことができる[3]。交通工学でよく用いられている Lighthill&Whitham モデルは式(2)中の左辺と右辺の密度勾配項を無視した場合であり、キネマティック・モデルと呼ばれる。これは、河川洪水流のダイナミック・ウェーブモデルとキネマティック・ウェーブモデルの関係に対応している。

#### 3. 定常交通流の空間密度分布の基本特性[4]

簡単のため最適速度関数として式(4)で与えられる Greenshields の式[3]を用いる。定常状態を考えると、質量保存則は次の流量一定の連続式(5)となる。

$$U(\rho) = u_{\max} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right) \tag{4} \quad \frac{d\rho u}{dx} = 0, \rho u = q = \text{const} \tag{5}$$

これらの関係式を用いて式(2)を変形すると、定常交通流の空間密度分布方程式(6)が得られる。

$$\frac{d\rho}{dx} = -\frac{4q_{\max}}{a^2 T} \frac{\left\{ \frac{\rho}{\rho_{\max}} - \left( \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right)_{0+} \right\} \left\{ \frac{\rho}{\rho_{\max}} - \left( \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right)_{0-} \right\}}{1 - \left( \frac{\rho_c}{\rho} \right)^2}, \quad q_{\max} \equiv \frac{\rho_{\max} u_{\max}}{4} \tag{6}$$

上式の右辺=0 とおいた関係式が等流密度の関係式(7)であり、左辺の括弧=0 とおいた関係式が限界密度の関係式(8)である。力学的な意味は水理学の水面形方程式の場合と同様である。等流密度、限界密度は次式で定義される。

$$\left( \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right)_{o\pm} = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{q}{q_{\max}}} \right) \tag{7} \quad a^2 - \frac{q^2}{\rho_c^2} = 0, \left( \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right)_c = \left( \frac{q}{\rho_{\max} a} \right)^2 \tag{8}$$

等流密度と限界密度の大小関係から式(6)の解のパターンの一例を示せば図-1 のようになる。

キーワード 交通流, 流体モデル, 非定常解析, 不安定波動

連絡先 〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 C1-3 号棟 京都大学工学研究科都市社会工学専攻 TEL 075-383-3266

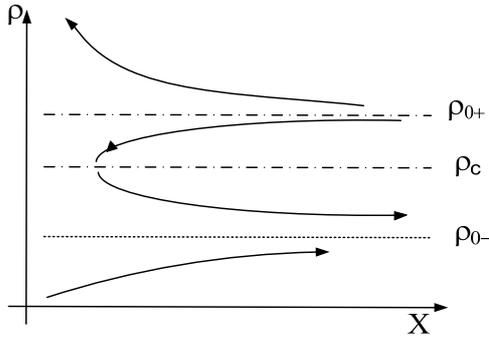


図-1 空間密度分布パターンの一例

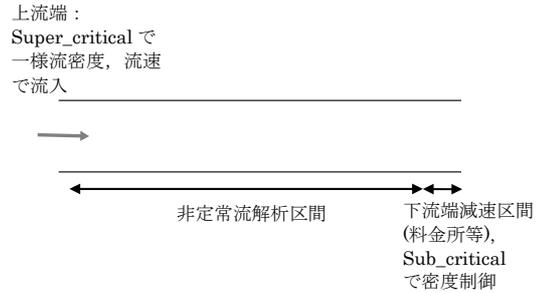


図-2 数値実験で想定している交通流の状態

4. 非定常流の数値実験

図-2 に示した上下流端境界条件の下での非定常流を考える. すなわち, 上流端では Super\_critical 状態で一様流として自由流入する. 下流端では料金所等の存在により車は減速させられ Sub\_critical 状態になる状況を想定する. この場合の定常状態の定性的な空間密度分布は図-1 に示したパターンを組合せて描くことができる. 定常状態でこのような状態が出現するようにパラメータを  $\rho_{max}=0.25$ (台/m),  $u_{max}=25$ (m/sec.),  $a=15$ (m/sec.) と設定し, 流入流量を  $q=0.7$ (台/sec.)とした. 下流端境界密度として一様流密度  $\rho_{0+}$  より小さい  $\rho_{end}=0.15$  と大きい  $0.22$  の二通りを与えた. 数値解析法は常射流が混在する開水路非定常流に適用されている有限体積法を用いた. 離散化については参考文献[5]を参照された.  $\Delta x=0.5$ (m),  $\Delta t=5 \times 10^{-5}$ (sec.)とした.

$\rho_{end}=0.15$  の場合の計算結果を図-4 に示した. ただし, 下流端で微小振幅の周期的擾乱を与えている. この場合は非定常擾乱は上流に伝播する間に減衰している. また限界密度をまたいでおり, 格子間隔を小さくした場合には跳水と同様の定常衝撃波が再現されていることを確認している. (微小擾乱は  $(u_{max} - u_0) / a > 1$  のとき不安定になることが知られている.)  $\rho_{end}=0.22$  の場合の計算結果を図-5 に示した. この場合は,

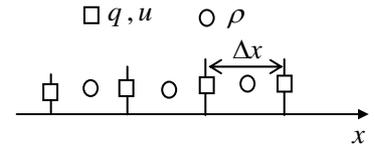


図-3 有限体積法における変数の配置

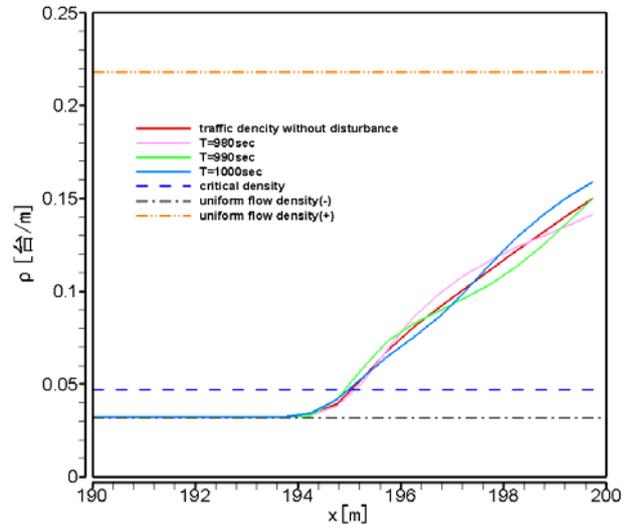


図-4  $\rho_{end}=0.15$  の場合の計算結果

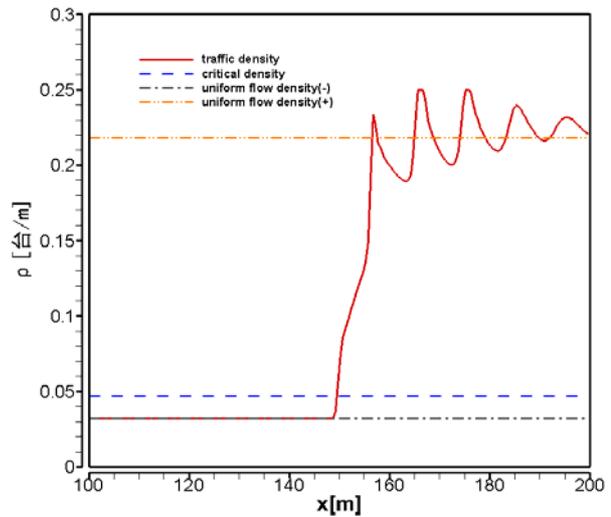
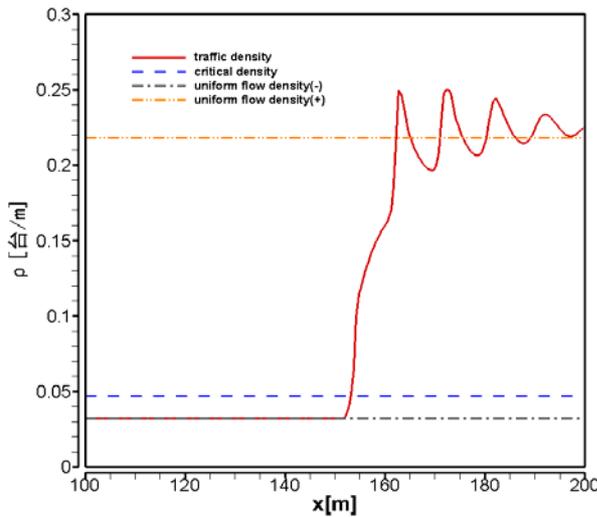


図-5  $\rho_{end}=0.22$  の場合の計算結果

微小擾乱が上流に増幅しながら伝播している. これは  $\rho_{0+}$  が不安定領域にあるためと考えられる.

5. おわりに: 今後, 高次の最適速度関数を用いた場合や円周道路での非定常流等, 種々の解析を行いたい.

参考文献 [1] 杉山雄規, [特集]交通流, 交通流の物理, 日本流体力学会誌 ながれ 22, 95-108, 2003. [2] 西成活裕: よくわかる渋滞学, ナツメ社, 2009. [3] 佐々木綱監修, 飯田恭敬編著: 交通工学, 国民科学社, 1992. [4] 細田 尚, 土木学会年次講演会 2010. [5] 細田 尚, 水理公式集例題プログラム集 (土木学会編), 第2編河川編 2.10 常射流混在流れ, 2002.