Hoek & Brown の破壊規準を用いた三次元弾塑性モデルの構築

大林組	正会員	○中岡	健一
大林組	正会員	畑	<u>+</u>
長崎大学	正会員	蒋 刍	≤静

1. はじめに

従来、トンネルの掘削解析には Drucker – Prager (D-P) 破壊規準に基づく弾塑性モデルが広く用いられている 1). この破壊規準は主応力空間において、静水圧とともにせん断強度が比例的に大きくなるような円錐形状をなしている.一方で、岩石の破壊包絡線は火山岩、堆積岩ともに、拘束圧に対して放物線に近い曲線となることが認めてられている^{例えば 2)3)}.トンネル掘削解析では一般的にモデル内部の地圧が一定ではなく、このような曲線状の包絡線を表現できないことが、D-P 破壊規準の課題であると考える.それに対し、Hoek & Brown (H-B) は多くの実験結果に基づき、拘束圧に対して放物線に近い曲線形状の破壊規準を提案している 3).この破壊規準は、一軸圧縮試験と岩盤分類の評点に基づいたパラメータの設定方法が示されており、実用的であるものの、現状では三次元解析に適用できないことが欠点となっている.本研究では D-P とともに、H-B 破壊規準の適用も進めていくことを目指し、H-B 破壊規準による三次元弾塑性モデルを構築することを目的とする.

2. Hoek & Brown による破壊規準の三次元化

H-B 破壊規準は,式(1)によって表される.

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c (m\sigma_3/\sigma_c + s)^{\frac{1}{a}} \qquad \cdots (1)$$

ここに、 σ₁ と σ₃ は最大・最小主応力、 σ_c は一軸圧縮強度, *a*, *m*, *s* は材料パラメータである. π平面上において、 H-B 破壊規準は図-1 の赤色線のように表される.本研究では、特異点をなくすため、 H-B 破壊規準に外接する滑らかな三角形状の降伏曲面とする. 中間主応力 σ₂ が σ₁ に等しい場

合 (図中の点 A), $h = 2\sigma_1 + \sigma_3$, $h = (\sigma_1 - \sigma_3)^2/3$ となり, Mises の応力 σ_M を用いて式(1)を変形し, $P = m/(3\sigma_c)$ - *s*とおけば式(2)が得られる.同じように $\sigma_2 = \sigma_3$ の場合(点 B) は式(3)のようになる.式(2)と(3)を参考に,降伏関数をローデ角 θ_c の関数 $G_2(\theta_c)$ を用いた式(4)のようにおく. $\theta_c = 0$, $\pi/3$ のときは式(2)と(3)に一致する.

$$\left(\frac{\sigma_{\rm M}}{\sigma_{\rm c}}\right)^a + \frac{2m\sigma_{\rm M}}{3\sigma_{\rm c}} - P = 0 \qquad \cdots (2) \qquad \left(\frac{\sigma_{\rm M}}{\sigma_{\rm c}}\right)^a + \frac{m\sigma_{\rm M}}{3\sigma_{\rm c}} - P = 0 \qquad \cdots (3) \qquad f = \left(\frac{\sigma_{\rm M}}{\sigma_{\rm c}}\right)^a + G_2(\theta_L)\sigma_{\rm M} - P \qquad \cdots (4)$$

ローデ角が θ_{l} のときの、静水圧軸から降伏曲面までの距離をrとし、 $\sigma_{MP} = \sqrt{3/2}r$ とおくと、式(4)の σ_{M} が σ_{MP} に等しいときに、f = 0となることから、 $G_{2}(\theta_{L})$ について式(5)が得られる. θ_{l} は式(6)によって求められる.

$$G_2(\theta_L) = \left[P - \left(\frac{\sigma_{\rm MP}}{\sigma_{\rm c}}\right)^a \right] \frac{1}{\sigma_{\rm MP}} \qquad \cdots (5) \qquad \cos 3\theta_L = 3\sqrt{3}J_3/2J_2^{\frac{3}{2}} \qquad \cdots (6)$$

ここでは、図-1の降伏曲面を、楕円の方程式である $x^2/m^2 + y^2/n^2 = 1$ を用いて表す. そして、 $\theta = \pi/3$ において (例えば点 B)、滑らかに楕円がつながること、 $\theta = 0$ のとき (点 A) は $r = r_1$ 、 $\theta = \pi/3$ のとき (点 B) は $r = r_2$ となることを条件に、mとnについて解き、rを θ で表すと、式(7)が得られる.

$$r = \frac{wr_2 [2qc_s + (2-w)\sqrt{M}]}{K}, \quad w = \frac{r_2}{r_1}, \quad q = w^2 - 1, \quad M = 4qc_s^2 - 4w + 5, \quad K = 4qc_s^2 + (2-w)^2$$
(7)

ここで, $c_s = \cos \theta_i$ である.また, n と n は式(2)と(3)を非線形的に解くことによって得られる. $\sigma_{MP} = \sqrt{3/2} r$ と式(5)と(7)から式(4)の $G_2(\theta_L)$ を得ることができる.

キーワード Hoek & Brown 破壊規準, 弾塑性構成則, 有限差分法

連絡先 〒204-8558 東京都清瀬市下清戸 4-640 大林組技術研究所 TEL 042-495-9603

-837-



3. 弾塑性構成式

弾塑性構成式を構築するために必要となる,式(4)の降伏関数の応力 σ による偏微分を求める.式(5)の $G_2(\theta_L)$ を σ により偏微分できれば,式(8)より容易に求められる. $G_2(\theta_L)$ を σ により偏微分すると,式(9)が得られる.

$$\frac{\partial \sigma_{\rm M}}{\partial \sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} J_2^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma}, \qquad \frac{\partial J_2}{\partial \sigma} = \left(s_{\rm x}, s_{\rm y}, s_{\rm z}, 2\tau_{xy}, 2\tau_{yz}, 2\tau_{zx} \right), \qquad \left(s_{\rm x}, s_{\rm y}, s_{\rm z} \right) = \left(\sigma_{\rm x} - \frac{I_1}{3}, \sigma_{\rm y} - \frac{I_1}{3}, \sigma_{\rm z} - \frac{I_1}{3} \right) \tag{8}$$

$$\frac{\partial G_2(\theta_L)}{\partial \sigma} = -\frac{\sqrt{6}wr_1qG_3}{3K^2(4c_s^2 - 1)} \left[\frac{2p(2M - K)c_s}{\sqrt{M}} + 8qc_s^2 - K \right], \qquad G_3 = -\sigma_{\rm MP}^{-2} \left[P + (\alpha - 1)\left(\frac{\sigma_{\rm MP}}{\sigma_{\rm c}}\right)^a \right] \frac{\partial H}{\partial \sigma} \tag{9}$$

ここで、H=cos3 ftであり、Hのoによる偏微分は式(10)で表される. K, Mなどは式(7)参照.

$$\frac{\partial H}{\partial \sigma} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left[J_2^{-\frac{3}{2}} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} - \frac{3}{2} J_3 J_2^{-\frac{5}{2}} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma} \right], \qquad \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} = \begin{pmatrix} J_2 \\ \frac{3}{3} + s_y s_z - \tau_{yz}^2, \frac{J_2}{3} + s_z s_x - \tau_{zx}^2, \frac{J_2}{3} + s_x s_y - \tau_{xy}^2, \frac{J_2}{3} + s_z s_x - \tau_{zx}^2, \frac{J_2}{3} + s_z s_y - \tau_{xy}^2, \frac{J_2}{3} + s_z s_y - \tau_{xy$$

式(8)~(10)を用いて式(4)のfののによる偏微分を求めれば、式(11)に示す応力-ひずみ関係が得られる.

$$\dot{\sigma} = \left\{ D - D^{\mathrm{T}} \left[\frac{\partial g}{\partial \sigma} \right] \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]^{\mathrm{T}} D / \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]^{\mathrm{T}} D \left[\frac{\partial g}{\partial \sigma} \right] \right\} \dot{\varepsilon} , \qquad D:$$
弾性応力 – ひずみ行列, $g:$ 塑性ポテンシャル
 g は式(4)のfのPを修正した関数を用いる (11)

4. 妥当性確認計算およびトンネル掘削解析

弾塑性モデルが立脚する塑性ひずみの塑性ポテンシャルへの垂直性と、応力増分の降伏曲面への平行性、そして、応力が降伏曲面内に収まることを確認する.ここでは関連流れ側を用いた.弾塑性構成式から得られた 塑性ひずみ増分(*ɛ*)の方向と、応力増分(*o*)の方向をベクトルで図-2に示す.応力は降伏曲面上にランダムに発 生させ、それぞれにつき 10 通りのランダムなひずみ増分を与えた.図から、曲面外に伸びる*ɛ*ベクトルは、 各点で 10 本ずつ束となって 1 本に見え、塑性ポテンシャルに対して垂直となっている.また、図中水色で示 した*o*ベクトルは降伏曲面に沿っている.図-3は有限差分法による素掘りのトンネル掘削解析の0,50,100%

解放時の要素の応力を全て降伏曲面とともにプロットしたものである. 0%解放時では、初期応力を当方圧としているため、全要素の応力が静水圧軸上に並んでいる. 50%解放時では一部の要素が降伏曲面に近づき、100%解放時では降伏曲面まで到達しているものの、曲面の外には出ていない.以上から、三次元化した H-B 破壊規準による弾塑性モデルは妥当に構築されたと判断できる. ここで、パラメータは σ_c =30MPa, *m*=3, *a*=2, *s*=0.01, 土被りは 200m とした.

5. まとめ

本研究では,H-B 破壊規準に基づいて,滑らかな降伏関数を持つ 弾塑性モデルを構築し,有限差分法に組み込んだ.まず,弾塑性モ デルによって求められた*をと*の方向を描画し,妥当性を確かめた.

また、トンネル掘削解析を行い、各要素の応力は掘削とともに静水圧軸から降伏 曲面に近づき、降伏曲面に到達すれば、そこで留まることを確認した.以上から、 H-B 破壊規準に基づく三次元弾塑性モデルは妥当に構築できたものと判断した.

参考文献

- 1) 土木学会: 山岳トンネルにおける模型実験と数値解析の実務, p.146, 2006.
- 2) 稲田善紀,木下尚樹,松嶋信行,篠原淳一:高温下における岩石のせん断強度 特性,土木学会四国支部技術研究発表会,1997.
- 3) フック, ブラウン: 岩盤地下空洞の設計と施工, 1985.
- 4) 中岡健一,畑浩二,蒋宇静:岩石のクリープとひずみ軟化を評価する数値モデルの提案,土木学会論文集 F170(3), I_43-I_56, 2015



図-2 降伏曲面とひずみ・応力ベクトル



図-3 降伏曲面と全要素応力

-838-