

混合ハイブリッド FEM を適用した凍結凍上解析の基礎的研究

北海道大学大学院工学院 学生会員 ○白石 瑛人
 北海道大学大学院工学院 学生会員 神谷 遼多
 北海道大学大学院工学院 学生会員 工藤 史登
 北海道大学大学院工学研究院 フェロー 蟹江 俊仁

1. はじめに

寒冷地における地下埋設型パイプラインの破損や、埋設に伴う周辺地盤の凍結膨張による凍上被害が昨今の課題である。さらに、近年のエネルギー問題や環境問題を背景に、凍土を利用しようという機運も高まっている。こうしたことから、凍結凍上解析の精度は今後より一層の向上が求められていくと考える。

我が国では、凍結凍上解析における、凍上量と凍上力の評価には、高志の式が広く用いられてきた。これによれば、凍上率は有効拘束圧及び凍結速度の関数として与えられる。特に、有効拘束圧一定下で、凍上率は凍結速度の関数で表せられるため、凍結速度が速くなるほど凍上率は低下する。凍結速度の算出には熱伝導解析の結果を用いることから、凍上率は熱伝導解析の精度に大きく影響を受けることがわかる。

我々は従来、熱伝導解析に有限要素法(以下 FEM)を用いてきた。しかし、FEM は要素の節点上に目的変数を定義するため、各要素境界の熱量収支を直接評価できず、熱量管理の点において精度に疑問が残る。そのため、凍結を伴う要素の相変化の問題を扱う場合、要素境界に熱流量を定義することにより、熱量管理に優れた混合ハイブリッド FEM(以下 MHF)を用いることで、熱伝導解析の精度を向上させることを考えた。既往の研究から MHF は熱伝導解析のような流れ問題の解析に適していることが分かっている。¹⁾

本研究では、より実用的且つ高精度な凍結凍上解析を目指し、熱伝導解析において MHF を用いた新しい手法を提案し、その妥当性及び凍結凍上評価に与える影響について検討を行った。

2. 解析手法

凍結凍上現象の解析は熱伝導解析、力学的解析、高志の式による凍上率の算出の 3 段階で行う。本研究における検討の重要な要因となる熱伝導解析及び凍上率の算出における手法の概略を示す。²⁾

2.1 熱伝導解析

熱伝導解析において、FEM では式-1 に示す非退化形式の熱伝導方程式を、MHF では式-2 に示す混合形式の熱伝導方程式を離散化し使用する。MHF は要素境界に目的変数を定義するため熱収支の評価に優れ、さらに要素代表温度が直接得られ

るという利点があるため、本研究では熱伝導解析に MHF を導入した解析手法を提案する。

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} = \lambda \nabla^2 \theta \quad \text{式-1}$$

$$\begin{aligned} \lambda \nabla T &= -\vec{q} \\ \nabla \vec{q} &= -\rho c \frac{\partial T_k}{\partial t} \end{aligned} \quad \text{式-2}$$

ρ : 密度, c : 比熱, λ : 熱伝導係数, θ : 節点上の温度, T : 辺上の温度, q : 熱流量, T_k : 要素代表温度。

2.2 凍上率の推定

凍上率の推定には、式-3 の高志の式を用いる。

$$\xi = \xi_0 + \frac{\sigma_0}{\sigma} \left(1 + \sqrt{\frac{U_0}{U}} \right) \quad \text{式-3}$$

σ : 凍結方向の有効応力, U : 凍結速度, ξ : 凍上率である。また、 ξ_0 , σ_0 , U_0 は対象土の材料特性のみに依存する固有値である。

3. 実験結果と解析結果の比較

本研究で提案している解析手法や計算プログラムの妥当性及び有用性を確認するため、2 種類のモデルを用意し、室内凍上実験結果と解析結果との比較を行った。

3.1 モデル 1

(1) 実験概要及び解析モデル

解析手法及び計算プログラムの妥当性の検証を目的として、既に行った土丹の実験による凍上量測定結果と解析結果を比較した。

解析に用いたモデル及び条件の詳細を図-1、図-2、表-1 に示す。また図-2、図-4 における、 T_c , T_w はそれぞれ上面と下面に与える温度境界条件を示している。モデル 1 においては温度勾配を一定に保ち、凍結速度を一定にすることで、新手法における解析手法の妥当性を検討した。

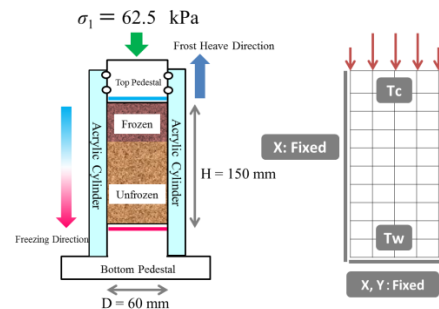


図-1 モデル 1

キーワード FEM, 混合ハイブリッド FEM, 凍結凍上解析, 高志の式

連絡先 〒060-8628 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目 北海道大学大学院工学院 TEL011-706-6177

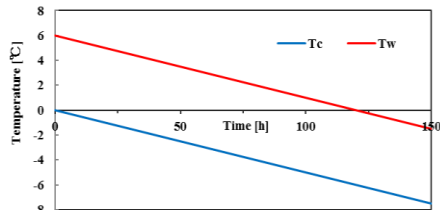


図-2 モデル1 温度境界条件

表-1 モデル1 物性値一覧 (土丹)

Name	Value	Name	Value
E [N m^{-2}]	1.26×10^7	w_c	0.437
ν	0.3	ξ_0	6.478×10^{-3}
ρ [kg m^{-3}]	1790	U_0 [m s^{-1}]	4.431×10^{-7}
c [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]	1790	σ_0 [N m^{-2}]	4563
λ [$\text{J s}^{-1} \text{m}^{-1} \text{K}^{-1}$]	2.26	β	0

(2) 解析結果及び考察

凍上量について実験結果と解析結果を比較したグラフを図-3に示す。

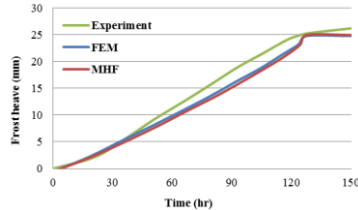


図-3 モデル1 凍上量比較

実験計測値に対して、熱伝導解析に FEM を用いた場合と MHF を用いた場合のどちらも値が近く、非常に精度よく解析を行うことができていると言える。FEM と MHF とで近い値となったのは、非常にシンプルなモデルで尚且つ温度勾配が一定なため、FEM と MHF とで熱伝導解析結果の差異が小さくなったことが理由として考えられる。以上から、解析手法の妥当性を確認できた。

3.2 モデル2

(1) 実験概要及び解析モデル

高志の式によれば、凍上率は凍結速度の関数で与えられるため、凍結速度の評価が重要となる。本研究で提案している解析手法の有用性の検証を目的として、上下ペデスタルの温度を一定に保ったまま、供試体内部での凍結を促進させる実験と解析を行った。このときの温度境界条件は図-4に示す通りで、最初は上部から急激に凍結が進むものの、次第に凍結速度が緩和し、最終的に内部での温度勾配が収束に至るというモデルである。土の種類及び力学的な境界条件はモデル1と同様のものとした。実験の都合上、供試体サイズは90 mm×50 mmとなっており、密度と含水比にも若干違いがあるが、ほぼモデル1と同条件である。

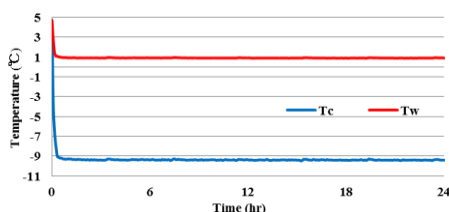


図-4 モデル2 温度境界条件

(2) 解析結果及び考察

凍結に要する時間及びタイミングを表したグラフを図-5に、24時間後の凍上量について実験結果と解析結果を比較したグラフを図-6に示す。

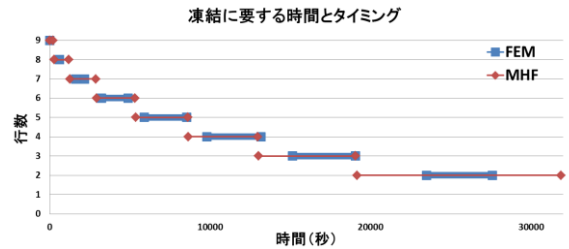


図-5 モデル2 凍結に要する時間とタイミング

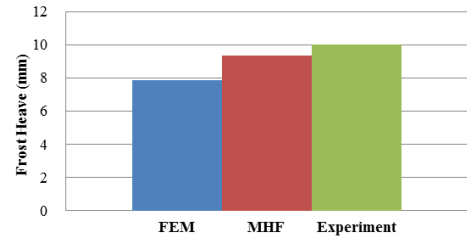


図-6 モデル2 凍上量比較

図-5より、凍結に要する時間は MHFの方が長くなっていることが分かる。そのため、凍結速度が MHFの方が小さくなり、図-6のように MHFの方が大きな凍上量が算出されたと考えられる。ここで、凍結に要する時間の違いは熱伝導解析の手法の違いが影響している。図-5より、MHFでは要素間で連続的に凍結が起こっており、対して FEM は凍結が連続していない。こうしたことから、FEM に比べて、熱量管理に優れた MHF のほうが、実験及び実現現象と近い解析となっていることが分かる。

以上より、熱伝導解析に熱量管理に優れた MHF を適用した場合の方が、実験値と近く、精度良く解析が行われていると言える。モデル1に比べ、モデル2のように熱量管理が複雑なモデルにおいては、MHF を適用することが有用であることが分かる。

4. まとめ

実験結果と解析結果との比較を通し、本研究により提案した解析手法の妥当性及び、急激な温度変化が伴う場合等の熱量管理が複雑なモデルにおける有用性が確認された。今回は実験と比較するためシンプルなモデルでの比較であったが、より複雑なケースを扱う場合、本解析手法の重要度がさらに増してくると思われる。

参考文献

- 1) Akito Ueda, Yuto Ishida, Shunji Kanie: Effect of Elemental Shape and Modeling of Mixed Hybrid FEM on Numerical Solution, The 2nd International Conference on Sustainable Civil Engineering Structures and Construction Materials, Vol.95, 2014
- 2) Zheng Hao and Shunji Kanie, Two-dimensional frost heave evaluation by numerical model considering nonlinear elasticity of unfrozen soil, 日本雪氷学会誌 76 巻 6 号, p461-480, 2014