

計算格子を利用した領域積分数値計算法の地盤大変形問題への適用

清水建設(株)技術研究所 ○桐山貴俊*1

京都大学 肥後陽介*2

1. はじめに 連続体を基礎とする数値計算法は、支配領域の定義方法と言う視点から捉えると、大きく3つの手法に分類できる。1つ目は、節点と要素により支配領域を定義する有限要素法などの格子法である。支配領域を節点座標で定義することで、その境界形状が明確に定義される。境界値問題に対する適用性が高い手法である。境界が明確である故、物体が極度の大変形を起こした場合に、支配領域の不整合が発生しやすい。2つ目は、物理量を代表点に集約し、支配領域を円または球で定義する粒子法である。円または球を定義する際は、粒子の影響半径を設定する。代表的な手法として、MPS法、SPH法がある。粒子の集合で物体を代表させる手法であり、粒子を多数配置することで境界形状を定義する。粒子法は、初期配置における境界形状が格子法ほど明確でなく、境界値問題の取り扱いは個別処理を要する。一方、大変形下において、初期に定義した影響半径を用い、物理量を補間するため、支配領域の不整合は発生しない。3つ目は、物理量を代表点に集約し、力の釣り合いを空間に固定した計算格子で解く、格子・粒子混成法である。流体解析ではPIC法、FLIP法、個体解析ではMPMに代表される手法である。格子・粒子混成法は、粒子の集合で物体を代表させる手法である。多数の粒子を配置することで、支配領域の解像度を上げることに労力を要する。この点は粒子法と同じである。初期配置において、計算格子に、その境界条件を付与することができるため、境界値問題の取り扱いは粒子法に比べ容易である。この点は格子法の機能を引き継いでいる。前述の通り、格子・粒子混成法は、物理量を粒子に集約し、運動を格子点で解く。粒子と格子点間で物理量の集約・分配には補間関数を用いる。

本論文で取り扱うMPMは、PIC法を個体力学に初めて適用した手法としてSulskyらが提案した¹⁾。これ以降に提案された発展的な手法と区別するためオリジナルMPMと称する。オリジナルMPMは物理量としての体積はあるが、定式化上の支配領域という概念はない。領域積分には空間に配置した計算格子を用いる。オリジナルMPMは、粒子が空間を移動し、計算格子を通過する際に数値振動を生じる問題が指摘されている²⁾。この問題を解決するため、Bardhagen & Koberは粒子に支配領域の概念を導入し、その基礎的な定式化を示した²⁾。彼らが実装したGIMP法は、粒子の変形に応じて、軸方向の支配領域を更新する手法である。Sadeghiradらは、GIMP法を発展させ、粒子のせん断変形に対しても支配領域を更新する手法としてCPDI法を提案した³⁾。CPDI法は支配領域を平行四辺形で変形すると仮定するCPDI1と、任意四角形で変形を可能とするCPDI2に分類される。この様に、MPMは、支配領域の定義方法が種々提案され、発展途上の手法である。各種数値計算法とその手法が定義する支配領域を図1に示す。本論文では、CPDI2を発展させ、支配領域を多角形(2次元:三角形, 四角形), 多面体(3次元:四面体, 六面体)で表現可能な定式化を提案し、変形問題への適用性について議論する。

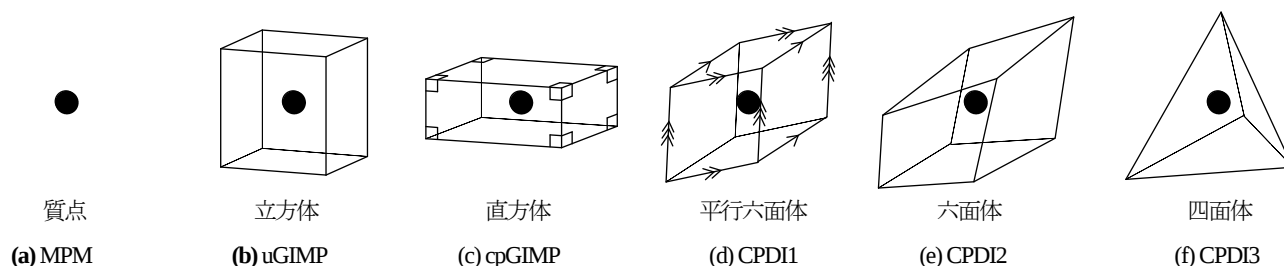


図1 手法により異なる支配領域 (3次元空間の場合)

2. 計算格子を利用した領域積分数値計算法 本論文で提案する領域積分法を次式で示す。これは、Sadeghiradらが提案する手法を三次元化すると共に数値積分を導入することで、定式化を一般化した形式となっている。提案する手法は任意の支配領域に対応することから Arbitrary Particle Domain Integration (APDI) 法と呼称する。

$$\varphi_{ip} \cong \frac{1}{V_p} \sum_{\alpha=1}^{n_p} \left(\int_{\Omega_p} N_{\alpha}^p(X) dX \right) S_i(X_{\alpha}^p) \quad (1) \quad , \quad \nabla \varphi_{ip} \cong \frac{1}{V_p} \sum_{\alpha=1}^{n_p} \left(\int_{\Omega_p} \nabla N_{\alpha}^p(X) dX \right) S_i(X_{\alpha}^p) \quad (2)$$

図2は実装した解析プログラムを用いて実施した、弾性球体の衝突解析結果である。弾性球は、接触面近傍から変

キーワード
連絡先

MPM, 粒子法, 大変形解析, 計算格子

*1 〒135-8530 東京都江東区越中島 3-4-17 清水建設(株) 技術研究所

*2 〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂C クラスター 京都大学

形を開始し (図 2(b), (c)), ポアソン効果により扁平な形状へと遷移する (図 2(d))。その後, 弾性球に蓄えられたひずみエネルギーが解放され, 衝突時に生じた振動を有しながら, 跳ね返る (図 2(e), (f))。初期の球形状, 接触時の扁平な形状, 衝突後に球体表面に見られる高次の振動は, 任意形状を表現可能である APDI 法を採用して初めて実現できた。

3. 地盤大変形解析への応用 図 3 に地盤材料に対する円筒供試体を用いた三軸圧縮試験の再現解析結果を示す。手法間の形状表現の差異を比較する目的で, 手法毎の結果を示している。提案する手法を除く他の手法では, ボクセル様式での形状表現となるため, 境界は滑らかでない。提案手法はその点を解消しており, 円筒供試体であっても良好に形状を表現できている。任意形状の支配領域を有する物の, 有限要素法に見られる要素形状の破綻は見られなかった。

提案手法の場合, 変形の局所化を表現するために, 高い空間解像度の計算格子を要する。支配領域が変形しても, 数値計算の解像度は初期に配置した計算格子幅で規定され, 有限要素法に見られる要素形状の不整合は発生し辛い。以上の理由から, 計算格子を用いた提案手法は, 有限要素法同様の任意形状の支配領域を有するものの, 大変形下においても安定的に解析を実行することを可能としている。

6. まとめ 計算格子を用いた任意の支配領域を考慮可能な計算手法 (APDI 法) を提案し, 地盤材料の 3 次元大変形解析へ適用した。解析結果によれば, 提案手法は, 任意形状の支配領域を有するものの, 大変形下においても, 安定的に計算を実行することが可能であった。変形の局所化も, 既存の粒子法と同傾向の結果を示す。提案手法は, 自由な形状表現, 変形性能を両立させている点において, 手法としての特徴があると言える。

参考文献 1) Sulsky, D., Chen, Z. and Schreyer, H.L. : A particle method for history-dependent materials, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.118, pp179-196, 1994. 2) Bardenhagen, S.G. and Kober, E.M. : The generalized interpolation material point method, Computer Modeling in Engineering and Science, Vol.5, No.6, pp447-495, 2004. 3) Sadeghirad, A., Brannon, R.M. and Guilkey, J.E.: Second-order convected particle domain interpolation (CPDI2) with enrichment for weak discontinuities at material interfaces, Int. J. Numer. Meth. Engng, Vol.95, No.12, pp.928-952, 2013.

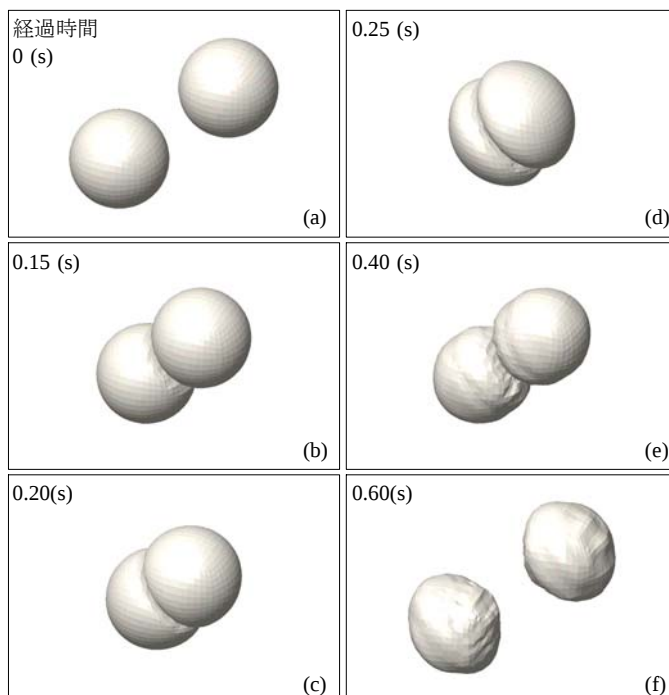
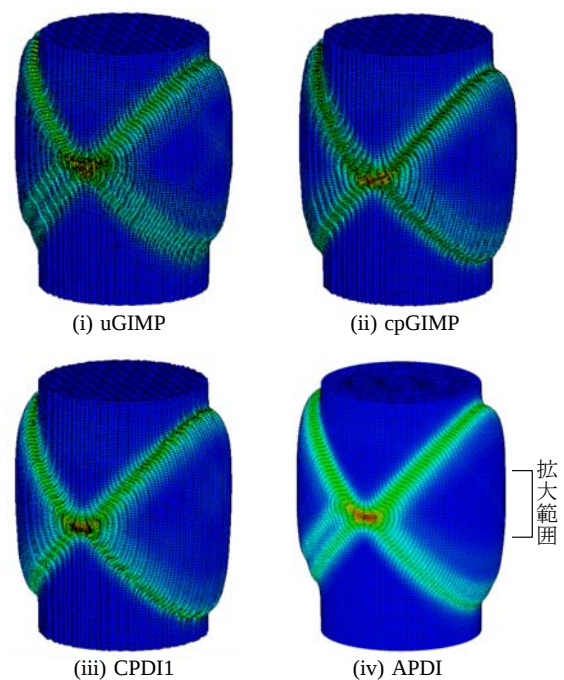
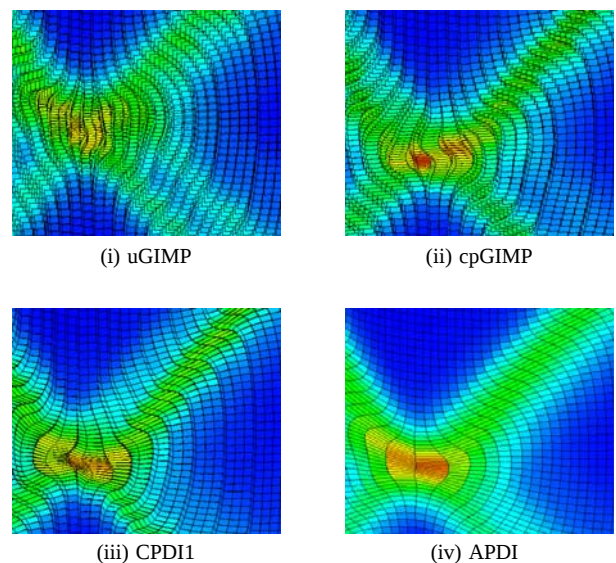


図 2 弾性球体の衝突



(a) 全体図



(b) 拡大図

図 3 円筒供試体の最大せん断ひずみ分布 (軸ひずみ 20%時)