

数値移動床水路における個別要素法の接触力解析の適用性

— 水と土砂のエネルギー散逸機構の考察 —

中央大学研究開発機構 正会員 ○福田 朝生
中央大学研究開発機構 フェロー 福岡 捷二

1. 序論

粒子よりも小さな計算格子で流れを詳細に解き、粒子についてはLagrange的に、粒子に作用する流体力は流れから直接求める固液混相流場の解析法が発展してきている。これらの手法は、水と粒子の相互作用を理解する上で大きい力を発揮することが期待されている。

著者ら¹⁾は既往の研究において、固液混相流場の解析法の数値移動床水路を用いて、伊藤ら²⁾によって実施された土石流水路実験結果を対象に解析した。この解析では、球を用い個別要素法の接触力の定数(ダッシュポットおよびスライダーの定数)を変化させて解析を行ったが、粒子の速度や濃度の鉛直分布の解析結果に大きな差が生じず、礫形状の粒子を用いた場合、球とは異なる結果を得た。球の解析において接触力の定数の変化が、解析結果に大きな影響を与えなかった要因を考察することは、モデルの適用性の理解と、水と粒子の相互作用そのものの理解において重要である。本研究では、土石流水路実験の解析において得られた粒子の衝突力と水の応力から、粒子群と水によるエネルギー散逸率を推定する。その上で、水と土砂の相互作用場の解析における個別要素法の接触力解析の適用性を考察する。

2. 土石流水路実験

伊藤ら²⁾は、水路長 12 m、水路幅 0.1 m、勾配 19°の固定床矩形水路を用いて、水と土砂を定常供給し、土砂輸送濃度 c_f が 0.141 から 0.444 まで変化する実験を行い、土石流の運動に関する貴重なデータを得ている。実験に用いた粒子特性は、一様粒径 $d_{50}=2.18$ mm、内部摩擦角 $\phi=38.7^\circ$ 、静止堆積層の体積濃度 $c^*=0.512$ 、礫粒子の比重 2.62 のものである。本研究では、伊藤らによって実施された土砂輸送濃度 0.196 (Run001) を対象に著者らが解析した既往¹⁾の結果を用いる。

3. 数値移動床水路の解析法

水の運動の解析には、石礫部分を密度の異なる流体として取り扱い、固液混相流場の一流体モデルを用いて非圧縮性流れとして解析する。水の運動の解析に用いる連続式、運動方程式を式(1)～(4)に示す。サブグリッドスケールモデルとして Smagorinsky モデルを用

【流体の基礎式】

$$\frac{\partial u^i}{\partial x^i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{Du^i}{Dt} = g^i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x^i} + \frac{\partial \tau^{ij}}{\partial x^j} \quad (2)$$

$$\tau^{ij} = 2(\nu + \nu_t) S^{ij} \quad (3)$$

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2 S^{kl} S^{kl}} \quad (4)$$

u^i は、流体計算格子内で質量平均した流速であり、上付きの指標は、各方向成分を示す、 ρ は、格子内で体積平均した密度、 g^i は重力加速度、 p は、圧力とSGS応力の等方成分の和、 ν は動粘性係数、 S^{ij} は、ひずみ速度テンソル、 C_s は Smagorinsky 定数である。粒子に作用する流体力は、混相流体に作用する式(2)の右辺第2項と第3項で評価される応力項に密度 ρ を乗じ、粒子部分について体積分算することにより求めている。

【ダッシュポット、スライダーに関する定数】

$$c^n = 2h \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} k^n} \quad (5)$$

$$c^s = c^n \sqrt{s_0}, \quad s_0 = 1/\{2(1 + pos)\} \quad (6)$$

$$h = -\frac{\ln b}{\sqrt{\pi^2 + (\ln b)^2}} \quad (7)$$

ここに k はバネ定数、 c はダッシュポットの係数、上付き添え字の n と s は、法線方向と接平面上の方向の成分であることを示し、 pos はボアソン比、 m_1, m_2 は接触する2球の質量である。また、接平面上の接触力 f_c^s については、Voigt モデルによって算定された力 f_v^s と法線方向の接触力 f_c^n および粒子間摩擦係数 $\mu_p = \tan(\phi_p)$ を用い、次の様にスライダーが作用する条件を考慮する。

$$f_c^s = \text{sign}(f_v^s) \min(|f_v^s|, \mu_p f_c^n) \quad (8)$$

ここに $\text{sign}(A)$ は A の符号を示すものとし、 $\min(A, B)$ は A と B の小さい方の値をとるものとする。

いている。

粒子の運動は剛体の並進、回転の運動方程式により解かれる。また、接触力はバネ、ダッシュポット、スライダーを用いて算定される(式(5)～(8)参照)。

4. 土石流水路実験の解析結果

土石流水路実験の解析に用いた粒子の条件を表-1に示す。球と礫形状粒子を用い、球については、接触力の定数を変化させた。解析水路長 6 m とし、上下流に周期境界条件を与えた。解析結果と実験結果の粒子速度と濃度の鉛直分布を図-1, 2に示す。粒子間摩擦角 ϕ_p の $\tan \phi_p$ は、Case1 に対し Case2 は 1.60 倍、反発係数は、Case1 に対し Case3 は 1.21 倍変化させているが、球の速度と濃度はほぼ同一となっていることがわかる(図-1, 2 参照)。

5. エネルギー散逸機構と接触力の影響の考察

Case1 と Case3 を比較した場合、非弾性衝突に伴うエ

エネルギー散逸を既定するダッシュポットの影響（反発係数 b の影響）は、解析結果に大きな影響を与えていない。本研究ではこの要因について水と土砂のエネルギー散逸率に着目して考察する。

本解析の基礎式において、エネルギーの散逸は、水の粘性と、粒子の非弾性衝突により生じる。まず、粒子衝突にともなうエネルギー散逸率を求める。粒子間の接触力の算出ではローカル座標系を定義してその成分について接触力 $f_c^{i'}$ と Δt 時間の相対変位 $\Delta \xi^{i'}$ を求めている。これらを用いた内積 $f_c^{i'} \Delta \xi^{i'} / \Delta t$ は単位時間に粒子に蓄えられるひずみエネルギーであり、水と粒子が剛体運動する系から見ればエネルギーの散逸となる。これより単位領域内の粒子衝突によるエネルギーの散逸率 E_g を次式で推定した。

$$E_g = \frac{\sum_{\Omega} f_c^{i'} \Delta \xi^{i'} / \Delta t}{V_{\Omega}} \quad (9)$$

ここに V_{Ω} は領域 Ω の体積、 $\sum_{\Omega}$ は、領域内の全衝突の和をとるものとする。図-3 に、式(9)より得られた衝突によるエネルギー散逸率の鉛直分布を示す。球では、粒子間摩擦角を増加させた Case2 が最もエネルギー散逸率が大きくなっており、底面付近では、礫形状粒子の Case4 のエネルギー散逸率が大きくなっている。

次に、水のエネルギー散逸率を求める。流体解析において単位領域に作用する応力による仕事のうち、格子スケールの運動に寄与しない、水のエネルギー散逸率 E_w は次の様になる。

$$E_w = \tau^{ji} \frac{\partial u^i}{\partial x^j} \quad (10)$$

図-4 に水のエネルギー散逸率 E_w の鉛直分布を示す。参考に Case2,4 の衝突によるエネルギー散逸率 E_g も示した。水の粘性によるエネルギー散逸が大きい地点は、底面近傍であり、上部に向けて濃度が小さくなる $z = 0.01$ m 付近もやや大きい。水 E_w と粒子 E_g のエネルギー散逸率の比較より、エネルギー散逸の大部分は水が担っていることがわかる。接触力の定数を変化させた球のケース (Case1-3) において、速度や濃度の鉛直分布に大きな差が生じなかった要因として、流れ場全体のエネルギー散逸は主に水によって担われており、衝突に伴うエネルギー散逸の多少の変化 (図-3 参照) は、流れ場全体のエネルギー散逸機構を大きく変えなかったためと考えられる。また、粒子形状を礫形状とすると球の結果と比較し、速度や濃度は変化しており (図-1, 2 参照)、また、その際、水のエネルギー散逸機構も大きく変化することがわかった (図-4 参照)。

表-1 解析に用いた粒子の条件

	Case1	Case2	Case3	Case4
粒子間摩擦角 ϕ_p	26.6°	38.7°	26.6°	26.6°
反発係数 b	0.7	0.7	0.85	0.7
内部摩擦角 ϕ	29.7	31.2	30.2	38.9
静止堆積層の体積濃度 c_s	0.60	0.61	0.61	0.62

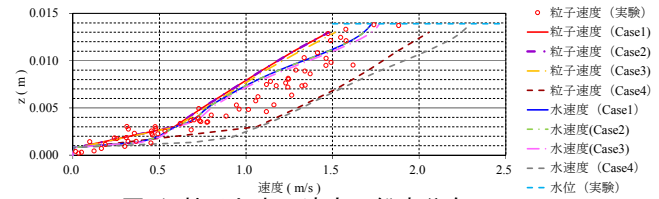


図-1 粒子と水の速度の鉛直分布

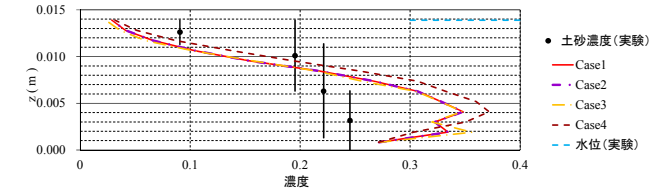
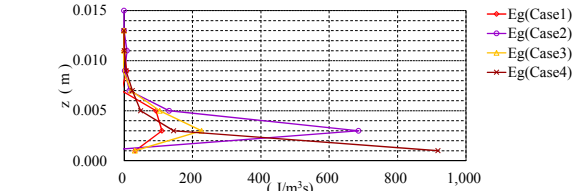
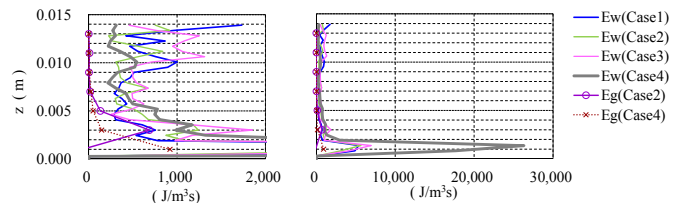


図-2 体積濃度の鉛直分布

図-3 E_g の鉛直分布図-4 E_w , E_g の鉛直分布 (左図: 拡大, 右図: 全体)

6. 結論

数値移動床水路による土石流水路実験の解析結果から、水の粘性と粒子の非弾性衝突によるエネルギー散逸率を推定した。検討の結果、土砂輸送濃度 0.2 程度の流れ場では、最終的なエネルギー散逸の大部分は、水の粘性が担っていることが明らかとなった。これより、水と粒子の相互作用の解析では、水のエネルギー散逸に大きな影響を及ぼす粒子の形を考慮して流れを精度良く解き、水のエネルギー散逸を説明することが最も重要といえる。また、球を用いてダッシュポットやスライダーの定数を変化させても解析結果に大きな差を生じず、いずれのケースも土石流水路実験を概ね説明できていた。このことから、流れが精度良く解かれている場合、個別要素法の接触力の解析は、比較的広い接触力の定数の範囲において、水と粒子のエネルギー散逸率の相対関係は大きく変わらず、粒子群の運動を適切に説明すると考えられる。

参考文献

- 1) 福田朝生, 福岡捷二: 土石流水路実験結果を用いた数値移動床水路による高濃度粒子群と水流の力学的相互作用の検討, 土木学会論文集 B1(水工学) Vol.72, No.4, I_859-I_864, 2016.
- 2) 伊藤隆郭, 江頭進治, 宮本邦明, 竹内宏隆: 土石流の固定床から移動床流れへの遷移過程に関する研究, 水工学論文集, 第 43 巻, pp.635-640, 1999.