

階段状水路における nonuniform aerated skimming flow の水面形解析

日本大学大学院 学生会員 ○竜沢宗一郎
日本大学理工学部 正 会 員 高橋 正行
日本大学理工学部 フェロー 大津 岩夫

急傾斜地の水路や堰・ダムを流下する高速流を傾斜面上で減勢させる方法として階段状水路の利用は有効である^{1),2)}。階段状水路の skimming flow¹⁾では、水路に流入した流れは平坦な傾斜水路よりも短い流下距離で水面から空気が混入しはじめる。この位置を inception point と呼び、その下流側では空気混入流となる(図1①, ②)。

従来、階段状水路の空気混入不等流の水面形は解析的に求められないと考えられていた^{3)a)}。そのような状況のなかで、高橋・大津⁴⁾は階段状水路の空気混入不等流の水面形方程式を提案し、空気混入不等流の水深および空気混入率の流下方向変化について水路傾斜角度 $\theta = 55^\circ$ の階段状水路で自由越流の場合を対象にその適用性の実験的検討を行った。しかしながら、その他の傾斜角度についての広範囲な検討がなされていない。さらに、ゲート流出の場合の階段状水路の空気混入不等流特性については不明な点が多い。

本研究では、提案した階段状水路の空気混入不等流の水面形方程式⁴⁾の適用性を、自由越流の場合(図1)とゲート流出の場合(図2)の両方について、広範囲な水路傾斜角度 $\theta(18.4^\circ \leq \theta \leq 55^\circ)$ を対象に検討した。これによって、自由越流およびゲート流出のどちらにおいても広範囲な水路傾斜角度とステップ高さに対して空気混入不等流区間の断面平均空気混入率および空気混入流水深の算定が可能であることを示した。

従来の研究

従来、skimming flow の空気混入流水深(図1)の解析的研究はなく、空気混入を無視した従来の水面形計算法によるもの⁵⁾や各 θ に対する実験式^{6),7)}が提示されているにすぎない。表1に空気混入流の水深と流速の測定を行った各研究者の実験条件を示す。なお、 $\theta = 19^\circ$ は今回の実験によるものである。各研究者の時間平均空気混入率 C と流速 u の測定値は二点型ボイド率計を用いて測定されている。また、aerated flow の u , C の評価断面をエッジ断面としている(図1)。なお、 y は仮想底面に垂直な距離である。堤頂から評価断面までの仮想底面に沿った流下距離 x は鉛直距離 H_s (図1)を用い、 $x = H_s / \sin \theta$ として算出した。

空気混入率

断面平均空気混入率 C_m は次式で定義される。

$$C_m = \frac{1}{y_{0.9}} \int_0^{y_{0.9}} C dy \quad (1)$$

Inception point より下流側の C_m については、Chanson による気相の連続式^{3)a)}(2式)の適用を試みる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(1 - C_{mu})^2} \ln \left(\frac{1 - C_m}{C_{mu} - C_m} \right) - \frac{1}{(1 - C_{mu})(1 - C_m)} \\ &= k_0 \frac{x_s/d_c - x_i/d_c}{d_{wi}/d_c} + K_0 \end{aligned} \quad (2)$$

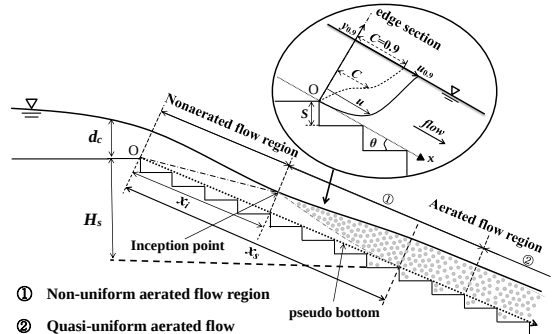


図1: 自由越流の場合の skimming flow における流れの領域

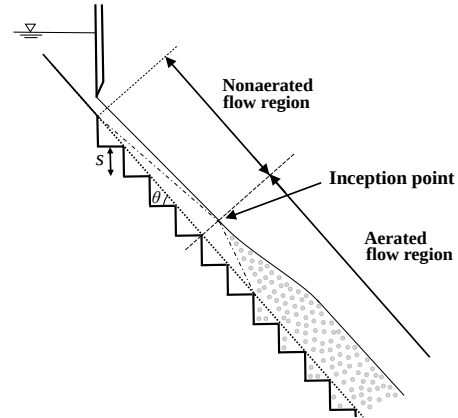


図2: ゲート流出の場合の階段状水路

表1: 比較検討に用いた実験条件

θ ($^\circ$)	S/d_c	$Re \times 10^{-4}$	備考
18.4 $^\circ$	0.38~0.76	23	自由越流 (Bung ⁷⁾)
19 $^\circ$	0.7~0.9	5~6	自由越流 (present study)
26.6 $^\circ$	0.28~0.56	35	自由越流 (Bung ⁷⁾)
30 $^\circ$	0.2~0.7	4~34	ゲート流出 (Boes ⁸⁾)
50 $^\circ$	0.4~1.2	6~9	ゲート流出 (Boes ⁸⁾)
55 $^\circ$	0.2~0.7	4~9	自由越流 (高橋・大津 ⁴⁾)

Note: d_c = 限界水深 = $\sqrt[3]{q_w^2/g}$, q_w = 単位幅流量, S = ステップ高
 Re = レイノルズ数 = q_w/ν_w , ν_w = 水の動粘性係数

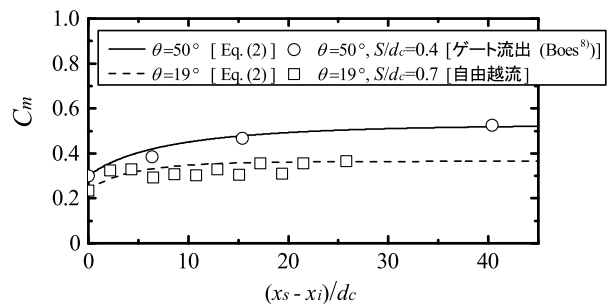


図3: 断面平均空気混入率

キーワード: 階段状水路, aerated skimming flow, 流速分布, 空気混入水深, 水面形方程式

連絡先: 〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8 日本大学理工学部土木工学科 Email: masayuki@civil.cst.nihon-u.ac.jp

ここに, $k_0 = u_r d_{wi} \cos \theta_{qw}$, $K_0 = 1/(1 - C_{mu})[1/(1 - C_m) \ln(1 - C_{mi})/(C_{mu} - C_{mi}) - 1/(1 - C_{mi})]$, C_{mi} は inception point の C_m , C_{mu} は擬似等流区間の C_m , d_{wi} は inception point の clear water depth であり $d_{wi} = (1 - C_{mi})y_{0.9}$, u_r は気泡の上昇速度であり $u_r = 0.4 \text{ m/s}^{3a}$ としている. 境界条件として, q_w , d_{wi} , C_{mi} , および C_{mu} に実験値を与え, (2) 式を用いて C_m を算出した結果の一例を図 3 の各線に示す. C_m の計算値は 15% 以内の差で実験値と一致した. これより気相の連続式 (2) 式は, $\theta = 18.4^\circ \sim 55^\circ$ の自由越流およびゲート流出のどちらの階段状水路の空気混入不等流においても適用できることが確認された. なお, 空気混入率 C の分布については, 気泡の移流・拡散モデル^{3b)} に C_m を代入することで近似できることを確かめた.

流速分布

図 4 に示されるように, 与えられた θ と S/d_c に対して, 流速分布は

$$U = Y^{\frac{1}{N}} \quad (3)$$

に示す $1/N$ 乗則で近似され, N の値は H_s/d_c に関わらず一定である. ここに, $U = u/u_{0.9}$, $Y = y/y_{0.9}$ である.

Takahashi and Ohtsu²⁾ は擬似等流空気混入流における N の値の実験式を次のように提案している.

$$N = 14\theta^{-0.65} \frac{S}{d_c} \left(\frac{100}{\theta} \frac{S}{d_c} - 1 \right) - 0.041\theta + 6.27 \quad (4)$$

(4) 式を (3) 式に代入して得られた $u/u_{0.9}$ を図 4 の実線に示す. 図に示されるように, 実線は実験値をおおむね満足している. これより, 自由越流およびゲート流出のどちらの場合でも, N の値は H_s/d_c に関わらず, 与えられた θ と S/d_c によって (4) 式から求められることが確かめられた.

空気混入不等流の水面形

空気混入不等流の clear water depth $d_w [= (1 - C_m)y_{0.9}]$ の水面形方程式は, 高橋・大津⁹⁾ によって次のように導かれている.

$$\frac{dd_w}{dx} = \sin \theta \frac{d_w^3 - d_{wu}^3}{C_p d_w^3 \cos \theta - C_v d_c^3} \quad (5)$$

(5) 式中の C_p と C_v は補正係数であり, それぞれ次のように示される.

$$C_p = \frac{\int_0^1 \left[(1 - C)Y + \int_Y^1 (1 - C)dY \right] U dY}{\left(1 - \int_0^1 C dY \right) \int_0^1 (1 - C) U dY} \quad (6)$$

$$C_v = \frac{\left(1 - \int_0^1 C dY \right)^2 \int_0^1 (1 - C) U^3 dY}{\left[\int_0^1 (1 - C) U dY \right]^3} \quad (7)$$

(6) 式と (7) 式より C の分布 $[C(Y)]$ と U の分布 $[U(Y)]$ が得られると, C_v と C_p の値を求めることができる.

流れは射流であるため, 境界条件は inception point を計算原点 ($x = x_i$) とし, そこでの clear water depth d_{wi} を与え, 下流側へ向かって (5) 式を数値積分すると不等流区間の d_w が求まる. d_w/d_c の計算値は 15% 以内の差で実験値と一致した. また, 本計算による clear water depth d_w と C_m の値および $y_{0.9} = d_w/(1 - C_m)$ を用いると空気混入流水深 $y_{0.9}$ が得られる (図 5). $y_{0.9}/d_c$ の計算値は 15% 以

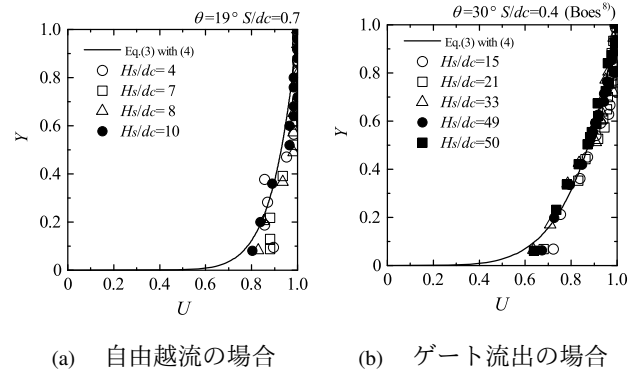


図 4: 流速分布

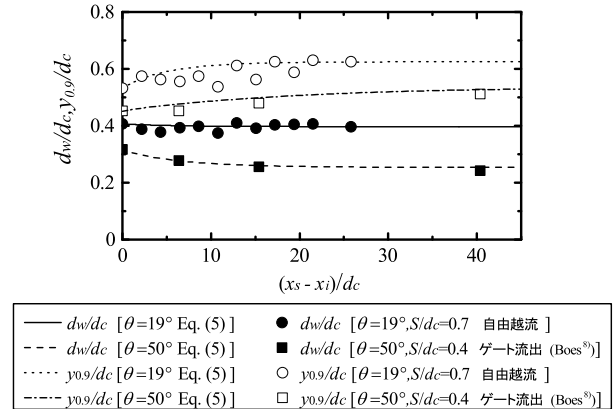


図 5: clear water depth d_w と空気混入流水深 $y_{0.9}$

内の差で実験値と一致した.

以上より, 自由越流およびゲート流出のどちらの場合でも, (2), (3), (5), (6), (7) 式と C の分布については気泡の移流・拡散モデル^{3b)} によって, $18.4^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$ の広範囲な水路傾斜角度の空気混入不等流の断面平均空気混入率と空気混入流水深の流下方向変化が解析的に求められるようになった.

謝辞: 著者の一人(高橋正行)は本研究の一部に日本大学理工学部応用科学研究助成金の助成を受けた. ここに記して謝意を表します.

参考文献

- Ohtsu, I., Yasuda, Y., Takahashi, M.: "Flow characteristics of skimming flows in stepped channels.", *J. Hydraul. Engrg.*, Vol.130, No.9, pp.860-869, 2004.
- Takahashi, M., Ohtsu, I.: "Aerated flow characteristics of skimming flow over stepped chutes.", *J. Hydraul. Res.*, Vol.50, No.4, pp.427-434, 2012.
- Chanson, H.: *The hydraulics of stepped chutes and spillways*, AA.Balkema, Lisse, The Netherlands, a) pp.172-175, b) p.154, 2002.
- 高橋正行, 大津岩夫: "階段状水路における不等流区間の 空気混入流特性", 土木学会論文集 B1 (水工学), Vol.67, No.4, pp.1123-1128, 2011.
- Boes, R.M., Hager, W.H.: "Hydraulic design of stepped spillways." *J. Hydraul. Engrg.*, Vol.129, No.9, pp.671-679, 2003.
- Matos, J.: "Hydraulic design of stepped spillways over RCC dams.", *Proc., International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways*, pp.187-194, 2000.
- Bung, D. B.: "Developing flow in skimming flow region on embankment stepped spillways", *J. Hydraul. Res.*, Vol.49, No.5, pp.639-648, 2011.
- Boes, R.M.: *Two-phase flow and energy dissipation on stepped chutes*, PhD Thesis, ETH, Zürich, Switzerland (in German).
- 高橋正行, 大津岩夫: "階段状水路の skimming flow における空気混入不等流解析", 土木学会論文集 B1 (水工学), Vol.69, No.4, pp.913-918, 2013.