

ベイズ推定と常時微動測定に基づく RC 構造物の固有振動モードの同定に関する基礎的研究

早稲田大学大学院 学生会員 ○佐藤 裕紀, 篠口 冨子, 狩野 淳一
University of Liverpool Siu-Kui Au 早稲田大学 正会員 秋山 充良

1. はじめに

小型起振器や重錘,あるいは交通荷重などを利用した振動計測により,構造物の損傷同定が試みられてきた^{1),2),3)}. 基本的な考えは,構造物の損傷による剛性低下がもたらす振動特性の変化をとらえようとするものである. この中でも特に,風や人々の通常の活動によってもたらされる常時微動(ambient vibration)を活用した振動計測は,特別な起動力を必要とせず,簡易に測定できるため,これによる固有モードや減衰定数の同定が最も合理的であることは言うまでもない. 一方で,常時微動は振幅が極めて小さく,測定時に含まれるノイズの影響を受けやすいため,この測定結果から固有モードなどを同定するためには極めて洗練された逆解析(データ同化)手法が必要となる.

本研究では,将来的には,地震発生前後の常時微動の測定による固有モードの変化の把握により,地震中の応答および損傷程度の推定法の確立を目標にしている. ここでは,その基礎検討として,Auによって提案されたBayesian Operational Modal Analysis(BAYOMA)^{例えば4)}を段階的に曲げ損傷を受けるRCはりに適用し,損傷程度と同定される一次モードの変化を考察する.

2. Bayesian Operational Modal Analysis (BAYOMA)⁴⁾

ベイズ推定の考え方に基づくと,事後の確率密度関数は式(1)で表される. ここで, θ は計測データ D から同定するモードパラメータベクトル,モデル M は計測データ D と θ を関係付けるものとする.

$$p(\theta|D,M) = p(D|M)^{-1} p(D|\theta,M) p(\theta|M) \quad (1)$$

$$F_k = \sqrt{\frac{2\Delta t}{N}} \sum_{j=1}^N \hat{x}_j \exp\left[-2\pi i \frac{(k-1)(j-1)}{N}\right] \quad (2)$$

$$F_k = \sum_{i=1}^m \Phi_i \ddot{y}_{ik} + \varepsilon_k \quad (3)$$

$$p(\theta|D,M) \propto \exp[-L(\theta)] \quad (4)$$

AuはFFTに基づく,ベイズ推定によるモード同定手法を高速化したアルゴリズム(BAYOMA)を提案した. 計測データ $D = \{F_k\}$ はFFTを用いた式(2)で表される. ここで, $i^2 = -1$, Δt はサンプリング間隔である.

$k = 1, \dots, N_q = (N/2 + 1)$ (N_q : 整数) に対して, N_q はナイキスト振動数に対応する. 本手法では検討対象とする共振振動数付近のフーリエデータのみを用いる.

$$L(\theta) = nN_f \ln \pi + \sum_k \ln |\det \mathbf{E}_k(\theta)| + \sum_k F_k^* \mathbf{E}_k(\theta)^{-1} F_k \quad (5)$$

$$\mathbf{E}_k(\theta) = E[F_k F_k^*] = \Phi \mathbf{H}_k(\theta) \Phi^T + S_e \mathbf{I}_n \in C^{n \times n} \quad (6)$$

振動数領域のデータを観測量とする観測方程式は式(3)で与えられる. ここで, $\Phi_i \in R^n$ はモード形状, $\varepsilon_k \in C^n$ は予測誤差, $\ddot{y}_{ik}$ は振動数 f_k における i 次モードのフーリエ成分である. 式(3)には,固有振動数 f_i ,減衰比 ζ_i および予測誤差のパワースペクトル密度 S_e を含む. 各モードのパワースペクトル行列 S がパラメータ θ の成分となる. θ は検討対象とする振動数帯にある振動モードのパラメータを示す. 十分なサンプリング周波数と測定データに対して,同定したパラメータ θ の事後の確率密度関数には式(4)~(6)の関係がある. ここで, $L(\theta)$ は対数尤度関数である. 式(6)において $\mathbf{I}_n$ は単位行列, $\mathbf{H}_k(\theta)$ はモード応答により理論的に誘導されるパワースペクトル行列である. 式(6)の中央の辺が観測情報の項であり,共振振動数付近のフーリエデータを用いて $L(\theta)$ を最小化するパラメータを推定する.

3. 実験および解析結果

本研究では,段階的に曲げ損傷をRC梁に与え,常時微動測定から同定される固有モードと固有振動数の低下を観察する. RC梁から得られた荷重-変位関係を図-1に示す. 図中, δ_y は曲げ降伏が生じたときの変位である. 図-2には,常時微動測定を行う際の加速度センサの貼付位置を示している. 使用した加速度センサは一軸方向計測用

キーワード 常時微動, ベイズ理論, 振動モード同定

連絡先 〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1 早稲田大学理工学部社会環境工学科 TEL03-5286-2694

のARS-10Aを4つ用いた。鉛直方向(z方向)と部材軸直角方向(y方向)を一組として、常時微動の定常性を仮定し、固定点と移動点27ヶ所から一点を選択して計測している。つまり、ある曲げ損傷を与えた後に実施する測定数は27回である。サンプリング周波数は1000Hz、一回の測定時間は5分である。

常時微動測定結果に基づく各载荷段階の代表的なパワースペクトル図を図-3に示す。スペクトル図からはノイズを含む複数の共振部が確認され、これだけでは固有モードの同定は困難である。そこで、スペクトル図の共振部を固有モード同定の初期値としてBFFTAを適用することで各モード形状を得る。得られたモード形状が構造物の1次振動として不適切であれば棄却し、適切であれば構造物の1次固有モードとして同定する。適切な1次振動として同定されたモード図を図-4に示す。

27組組み合わせで平均化された各損傷段階における固有振動数と減衰比の同定結果を表-1に示す。曲げ損傷の進展に伴い、1次固有振動数が低下していく様子を確認できる。

4. まとめ

本研究では、ベイズ推定に基づくモード同定手法を用いてRC梁の固有モードおよび固有振動数の同定を行った。実構造物への適用に向けては、さらなるデータの蓄積が必要である。実験を重ねることで、地震前後の常時微動測定により曲げ降伏の有無や損傷程度を判定するシステムに発展させていきたい。

表-1 同定された固有振動数と減衰比
(損傷段階は除荷時を示している)

損傷段階	健全時	δ_y	$2\delta_y$	$4\delta_y$	$8\delta_y$
振動数(Hz)	73.5	60.5	53.7	41.5	34.4
減衰比(%)	0.57	0.71	0.81	0.39	0.42

参考文献

- 1) 篠田昌弘, 真井哲生, 江原季映, 中島進, 阿部慶太, 藤田圭一, 土屋宗典 小型起振器と光ファイバセンサを用いた鉄道橋梁下部構造物の振動計測, 土木学会論文集 A1(構造, 地震工学), Vol. 69, No. 1, pp. 40-56, 2013.
- 2) 川谷充郎, 山田靖則, 嶽下裕一 三次元車両モデルによる桁橋の動的応答解析, 土木学会論文集, No.584/I-42, pp. 79-86, 1998.
- 3) Siringoringo, D.M., Fujino, Y., Asce, M., Nagayama, T.: Dynamic Characteristics of an Overpass Bridge in a Full-Scale Destructive Test, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 139, No. 6, pp.691-701, 2013.
- 4) 區兆駒, 吉田郁政 ベイズ理論に基づく常時微動を用いた振動モード推定の基礎理論とその実用化 土木学会論文集 A2, Vol.68, No.2, pp.I_59-I_67, 2012.

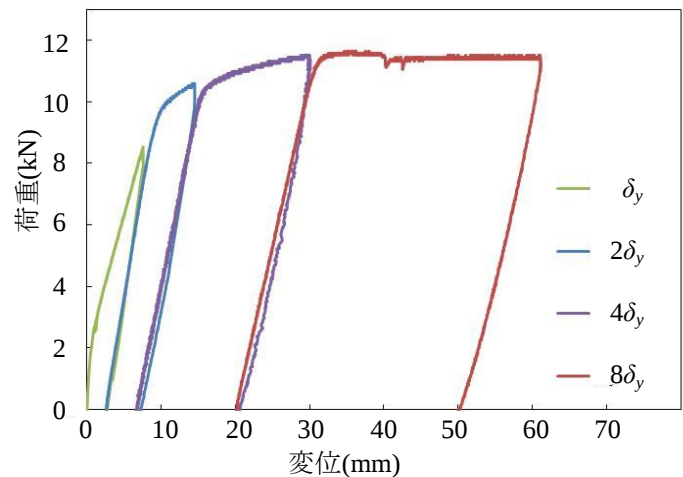


図-1 荷重変位関係

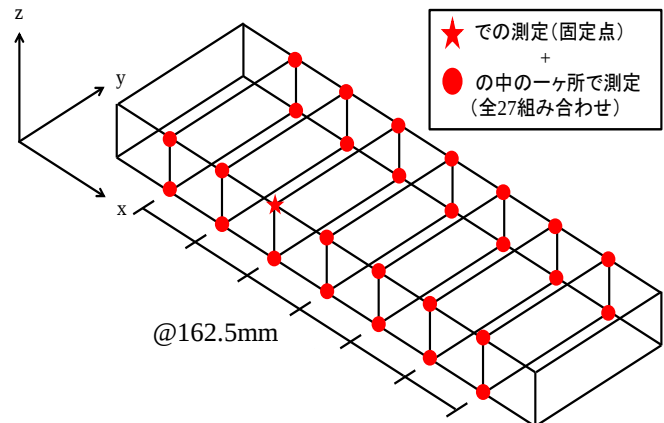


図-2 供試体形状およびセンサ貼り付け位置

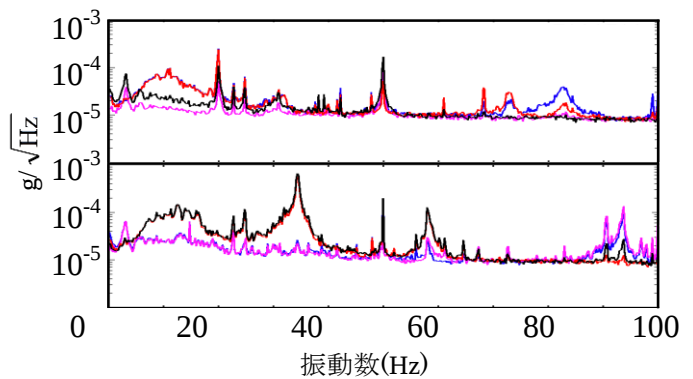


図-3 パワースペクトル (上から健全, $8\delta_y$ 時)

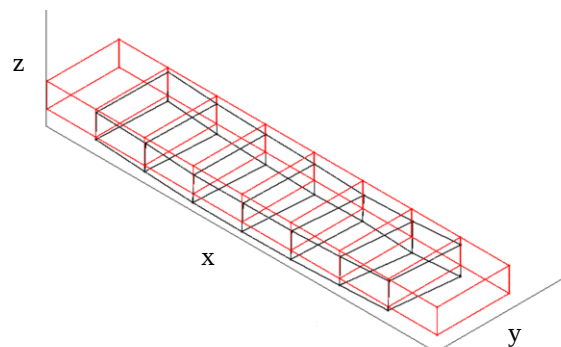


図-4 1次モード図 (健全時)