

点推定を利用した構造物被害評価手法の特性と精度

東京工業大学 正会員 ○飯山かほり・盛川仁・廣瀬壮一
 東京大学 正会員 市村強

1. はじめに

数値シミュレーションに基づく構造物被害評価においては構造モデルの精度が結果の信頼性を大きく左右する。ただし設計値等が既知の構造物であってもその実構造特性には不確実さを伴うことから、数値モデルに不確実性を導入することは評価結果の信頼性を高める一つの方法となる。確率的な手法では一般に多くの演算量を必要とするが、点推定¹⁾と確率密度関数を組み合わせた手法²⁾は演算負荷が少ないという大きな利点がある。しかし、この手法の強非線形応答問題への適用性には不明な点も多いことから、点推定の理論背景も踏まえ、その精度を数値実験から考察する。

2. 理論背景に基づく点推定の精度と数値実験概要

X を、その不確実性がある確率密度関数 $p(X)$ に従う構造特性値、 Y をその応答値としたとき、点推定は $p(X)$ の期待値を満足するように決定された m 個の評価点 X_i と重み P_i ($i=1, \dots, m$) から、応答 Y の期待値 $E[Y^m]$ 、すなわち n 次モーメントを次式より推定する³⁾。

$$E[Y^n] \cong \sum_{i=1}^m P_i \cdot Y_i^n \quad (Y_i \text{ は } X_i \text{ に対する応答}) \quad (1)$$

X のばらつきに対する応答の分布形 $Y=g(X)$ が l 次多項式で表される場合、点推定の理論的背景に基づけば、次数 l 、評価点数 m と推定したいモーメント次数 n との関係が次を満たすとき、(1)式の等号が成立する⁴⁾。

$$nl < 2m \quad (2)$$

よって $g(X)$ の非線形性が強い場合には評価点数 m を増やすことで $E[Y^n]$ の推定精度を向上できる。

ただし、地震応答非線形度合い ($g(X)$, 次数 l) は未知であるため、評価点数 m をどの程度に設定すれば良いかは定かではなく、評価精度も不明瞭である。このため数値実験から考察を加える。ここでは1自由度せん断系モデル・Trilinear型を対象とし、入力地震動としては内閣府提供の工学基盤波(南海トラフ基本ケース)と全国886箇所のボーリングデータを利用しROモデル1次元解析により作成した地表加速度886波を用いる。各波形の加速度応答スペクトル最大値は概ね固有

周期0.06~3秒、1~8000cm/s²の範囲にばらついている。

構造モデルの不確実性 X は、応答への影響が大きいと考えられる弾性固有周期 T_1 または降伏耐力 $P_y = \alpha W$ (重量 $W = 100\text{ton} \times 9.81\text{m/s}^2$) に与え (図1(a)), 各 $p(X)$ が1次元正規分布 $\varphi(\mu_X, \sigma_X)$ に従うものとした。不確実性を考慮しない場合は $T_1 = 0.15[\text{s}]$, $\alpha = 0.5$ とし、その他の設定は図1(a)に示すとおりである。初期剛性に対する3次剛性(降伏後剛性)の比 γ_3 は0.001, 0.1の2種を検討対象に加え、評価対象(応答 Y) は「最大応答塑性率 μ_d (=最大変位 δ_{\max} / 降伏変位 δ_y)」とした。

3. 解析結果および考察

3.1. 構造特性のばらつきに対する応答の変動性状

μ_d の計算例を図1(b)に示す。 $X = T_1[\text{s}] (\Delta X = 0.001)$ の場合、 $\mu_d = g(T_1)$ は非線形応答スペクトルと等価であるため入力地震動の依存性が高く、特に強非線形域で T_1 の微小な変化に対し μ_d も不安定に変化する。 $X = \alpha$ ($\Delta X = 0.0025$) の場合、 $\mu_d = g(\alpha)$ は概ね α の逆比例型となるが、一定の範囲を超えると μ_d は極端に増大し、全体の概形としては双曲線余割関数 ($l = \infty$) に近くなる。これらの次数 l がわかれば式(2)から m の選択の目安となるが l の決定は難しいため、ここでは参考値として、求めた全ての $g(X)$ の区間 $X_0 - 3\sigma_x \leq X \leq X_0 + 3\sigma_x$ (X_0 を移動し20区間分を抽出)において1)極値が隣接極値に対し0.2以上変化(揺動的), 2) $|\mu_{d,j} - \mu_{d,j+1}| > 0.5$ または $|\mu_{d,j-1} - \mu_{d,j}| / |\mu_{d,j} - \mu_{d,j+1}| > 15$ (不連続的)となる数 N_{stab} を求めた。図2に、 N_{stab} の平均(丸印)と標準偏差(横棒)を2種の変動係数(COV)ケースについて示す。横軸は区間内 μ_d の最大値 $\mu_{d\max}$ である。応答が線形に近い $\mu_{d\max} \leq 1$ では揺動・不連続は殆ど見られないが、 $\mu_{d\max}$ の増大に伴い揺動・不連続性は顕著になり、特に降伏後剛性が極端に低い場合、またCOVが大きい場合は、点推定による $E[Y^n]$ 推定精度が低下すると予想される。

3.2. 点推定を利用した手法による超過確率推定精度

次の計算ケース(組合せケース数25);

$$X = T_1[\text{s}] : \mu_X = 0.10 \cdot 0.15 \cdot 0.20, \text{COV} = 0.1 \cdot 0.2 \cdot 0.3$$

キーワード 点推定, モデル不確実性, 地震被害評価, 確率密度関数, 累積分布

連絡先 〒226-8502 神奈川県横浜市緑区長津田町4259-G3-7 東京工業大学 TEL 045-924-5607

$X=\alpha : \mu_X=0.3 \cdot 0.4 \cdot 0.5 \cdot 0.6, COV=0.1 \cdot 0.2 \cdot 0.3$
 について、入力地震動 886 波に対し 3 点推定 ($m=3$) から期待値 $E[\mu_d]$ を推定し、 $E[\mu_d]$ を満足する確率密度関数 $f(\mu_d)$ を導入、その累積分布 $F(\mu_d)$ から μ_d が $\mu_{dl}(=1, 2, 4)$ を超過する確率 $EP[\mu_d > \mu_{dl}]$ を推定した。 $f(\mu_d)$ には対数正規分布を適用した。推定精度の検証対象は、密な離散 X ($X=T_1 : \Delta X=0.001s, X=\alpha : \Delta X=0.0025$) に対する応答分布 $f_{ref}(\mu_d)$ の累積分布 $F_{ref}(\mu_d)$ から求めた超過確率 $EP_{ref}[\mu_d > \mu_{dl}]$ とした。 $X=\alpha, \mu_X=0.4, \gamma_3=0.1$ の場合を例に $EP[\mu_d > \mu_{dl}]$ の推定結果を図 3 左より、結果の分布は直線 $Y=X$ に近く、3 点推定でも良好な推定精度が得られていることがわかる。この推定誤差を EP_{ref} と EP の差分として図 3 右に示す。横軸は密な離散 X から得られた応答分布の平均値 $F_{ref}(0.5)$ である。同図より、 $F_{ref}(0.5)$ が大きい範囲では EP の推定誤差が小さいことがわかる。これは、応答 μ_d が極端に大きい場合は $E[\mu_d]$ の推定精度は低下しても EP_{ref}, EP ともに 1.0 と推定されることによる。推定誤差が増加しやすいのは、 $F_{ref}(0.5)=\mu_{dl}$ の付近である。これは、 $f(\mu_d)$ と $f_{ref}(\mu_d)$ の形状の違いが累積分布の傾斜区間で顕著に表れるためであり、本手法の EP 推定精度が適用する $f(Y)$ の種類にも大きく左右されることが示唆される。

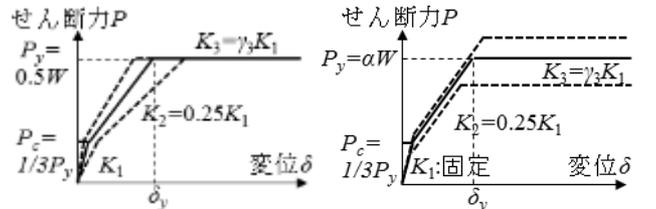
全計算ケースについて、 $|EP_{ref} - EP| \leq 0.1$ となる割合を図 4 に示す。 COV が大きいほど、また γ_3 が小さいほど推定精度が低下する傾向が見られ、これは図 2 の傾向とも概ね整合している。ただし、本検討の範囲では、計算ケースに依らず入力地震動 886 波の応答に対する 95% 以上が誤差 10% 以内で各超過確率を推定した。これらの結果は、構造物の非線形応答問題に対する同手法の適用性が高いことを示唆している。

4. まとめ

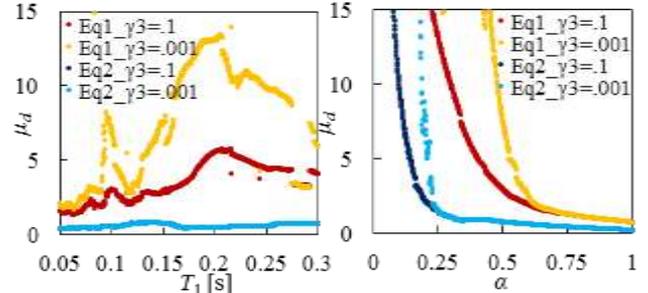
構造特性の不確定性を考慮した地震応答評価法として点推定と確率密度関数を組み合わせた手法に着目し、弾性固有周期または降伏耐力のばらつきを考慮した 1 自由度 Tri-linear 型モデルによる数値実験から手法の特性および精度を確認した。なお、同手法の推定精度は適用する確率密度関数にも依存すると考えられるため、適切な関数の選択が必要となる。

謝辞

本検討では内閣府中央防災会議資料による工学基盤加速度波形 (2013 年想定・南海トラフ基本ケース)、および(社)地盤工学会・全国電子地盤図のボーリングデータを利用して頂きました。ここに謝意を表します。



(a) 剛性モデルの不確定性 X の設定概要 (左: $X=T_1$, 右: $X=\alpha$)



(b) 応答 $Y=g(X)$ の例 (左: $X=T_1$, 右: $X=\alpha$)

図 1. 考慮する剛性モデル不確定性と応答の例

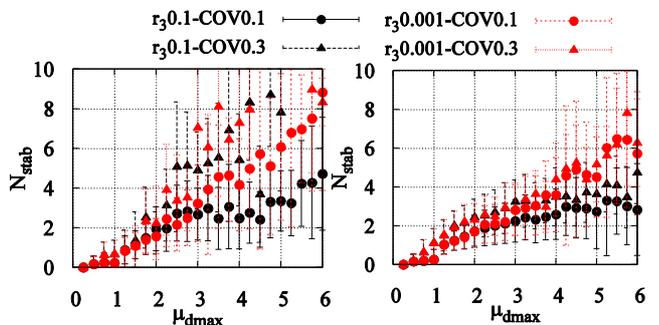


図 2. 応答 $Y=g(X)$ の安定性 (左: $X=T_1$, 右: $X=\alpha$)

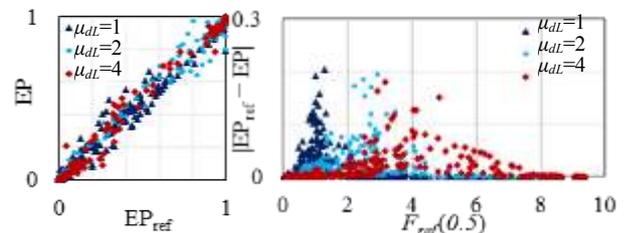


図 3. 超過確率 (左) と推定誤差 (右) の算出例

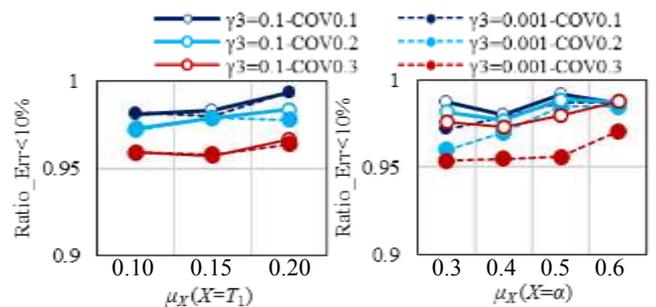


図 4. 超過確率の推定精度 (左: $X=T_1$, 右: $X=\alpha$)

参考文献

1) Rosenblueth, E: Point estimate for probability moments, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, Vol. 72, No.10, pp.3812-3814, 1975. 2) 飯山他: 建物物性値の不確定性が応答に及ぼす影響の評価手法に関する研究, 土木学会全国大会, 2015. 3) Hong H. P.: An efficient point estimate method for probabilistic analysis. *Reliability Engineering and System Safety*. 59. 261-267, 1998. 4) Iiyama et al.: Number of evaluation points to improve accuracy of seismic damage evaluation using point estimate method, *Proc. of 10th PCEE*, pp.1-8, 2015.