# シングルラップ接着接合の理論解析とはく離によるエネルギー解放率

関西大学 学生員 ○坂本 貴大, 関西大学 正会員 石川 敏之

### 1. はじめに

近年,損傷した鋼部材の補修,補強に炭素繊維樹脂板(CFRP板)を接着する工法が用いられ始めている.また,鋼板を当て板接着する工法も提案されており,試験施工が行われている.当て板接着工法は,円孔を設けないため,部材への応力集中やそれに伴う断面欠損を回避できるといった利点がある.

当て板端部における接着剤には、高いせん断応力と垂直応力が生じることが知られており、当て板端部から 脆性的なはく離破壊が生じる場合がある。そのため、当て板端部からのはく離破壊に対して、事前に照査する 必要がある。一般的に接着剤の品質管理には、シングルラップ接着接合が用いられており、平均せん断応力に よって評価されることが多い。しかし、平均せん断応力は実構造物の接着剤のはく離破壊の評価に利用できな い。これまでに、Golandらによりシングルラップ接着接合の接着剤に生じる応力の定式化が行われているが、 適用できる条件が限られている。

本研究では、様々な荷重条件に対して理論解析によりシングルラップ接着接合の接着剤に生じるせん断応力および垂直応力を導出し、それらを用いて、接着剤のはく離の評価法であるエネルギー解放率を与える.

# 2. シングルラップ接着接合の理論解析

シングルラップ接着接合の理論解析モデルを図 1 に示す。本研究では接着端部の上下部材に断面力を与え、接着区間では外力を作用させていない。また、接着剤は上下部材と比べて剛性が低いため、断面力を受け持たないと仮定する。接着剤に生じるせん断応力  $\tau(x)$ および、垂直応力  $\sigma_y(x)$ は微小区間の力のつり合いと、応力と変位の関係より次式で表される。

$$\tau(x) = \frac{1}{b} \frac{dN_u(x)}{dx} = G_e \frac{u_l(x) - u_u(x)}{h} \tag{1}$$

$$\sigma_y(x) = -\frac{1}{b} \frac{dV_u(x)}{dx} = E_e \frac{v_l(x) - v_u(x)}{h}$$

ここに、b は接着幅(上下部材の幅)、 $u_u(x)$ 、 $u_l(x)$ は接着剤上下面の水平方向の変位、 $v_u(x)$ 、 $v_l(x)$ は接着剤上下面の垂直方向の変位、 $E_e$  は接着剤の弾性係数、 $G_e$  は接着剤のせん断弾性係数である.

式(1), (2)から上側部材の軸力  $N_u(x)$ およびせん断力  $V_u(x)$ に関する 2 階および 4 階の微分方程式を導出することができ、それぞれの微分方程式の一般解は次式で与えられる。

$$N_{u}(x) = B_{1} \sinh(\lambda x) + B_{2} \cosh(\lambda x)$$

$$+ (1 - K)(1/Z_{2})P - (K/a)(M_{1} + Qx)$$

$$V_{u}(x) = \cosh(\alpha x) \{C_{1} \sin(\alpha x) + C_{2} \cos(\alpha x)\}$$

$$(3)$$

$$+\sinh(\omega x)\left\{C_3\sin(\omega x) + C_4\cos(\omega x)\right\} \tag{4}$$

$$+4\frac{4\omega^4}{4\omega^4 + \lambda^4} \frac{J}{Z_1} \frac{dN_u(x)}{dx} + \frac{Q}{Z_1}$$

ここに、  $\lambda = \sqrt{(bG_e/h)\{a(a-h)/(E_uI_uZ_1K)\}}$  ,  $Z_1 = 1 + I_l/(nI_u)$  ,  $Z_2 = 1 + n\,A_u/A_l$  ,  $K = 1/[1 + (Z_1Z_2r_u^2)/\{a(a-h)\}]$  ,  $r_u = \sqrt{I_u/A_u}$  ,  $n = E_u/E_l$  ,  $\omega = \sqrt[4]{bE_e/(4h)\}\{Z_1/(E_lI_l)\}}$  ,  $J = t_l/2 - (Z_1 - 1)t_u/2$  ,  $E_u$  ,  $E_l$  は上下部材の弾性係数, $I_u$  ,  $I_l$  は上下部材の断面二次モーメント,h は接着剤厚さ, $A_u$  ,  $A_l$  は上下部材の断面積,a は上下部材の図心間距離である.

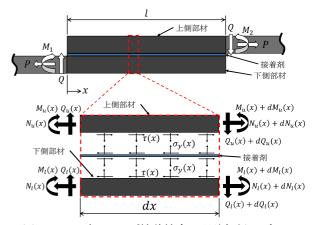


図1 シングルラップ接着接合の理論解析モデル

キーワード シングルラップ接着接合,理論解析,エネルギー解放率

連絡先 〒564-8680 大阪府吹田市山手町 3-3-35 TEL.06-6368-0926

上下部材 接着剤 幅 解析 弹性係数 板厚 非接着長さ 弹性係数 接着厚さ 接着長さ ポアソン比 ポアソン比 [mm] モデル [kN/mm<sup>2</sup>] [mm] [mm] [kN/mm<sup>2</sup>] [mm] [mm] 0.6 25 200 1.6 50 2.0 0.35 12.5 0.3

表1 解析モデルの寸法と材料定数

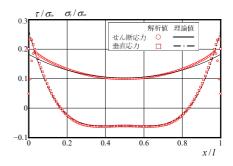
表 2 エネルギー解放率の比較

	理論解/FEM 解析結果		
	$G_{ m I}/G_{ m I,FEM}$	$G_{ m II}$ / $G_{ m II,FEM}$	$G_{\mathrm{I}}+G_{\mathrm{II,FEM}}/(G_{\mathrm{I}}+G_{\mathrm{II,FEM}})$
引張	0.995	0.990	0.992
曲げ	1.001	0.765	0.911

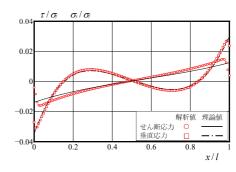
未定係数  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C_1$ ~ $C_4$  は, 図 1 に示す接着端部の断面力を境界条件として与えることにより, 求められる. 軸力  $N_u(x)$ , せん断力  $V_u(x)$ を式(1), (2)にそれぞれ代入することにより,接着剤に生じるせん断応力  $\tau(x)$ , 垂直応力  $\sigma_v(x)$ が求められる.

### 3. 理論解と FEM 解析結果の比較

2章で導出した理論解と汎用の有限要素解析プログラム MARC を用いた解析結果を比較する. 比較に用いるモデルの寸法と材料定数を表 1 に示す. FEM 解析モデルでは,上下部材に直線梁要素,接着剤に四節点平面応力要素を用いる. 例として中央に接着接合部を有する軸引張力を受ける単純支持部材と集中荷重を受ける片持ち梁を考える. 解析では単位荷重を与えた. 図 2 に理論解と FEM 解析の結果を示す. 縦軸は軸引張力を受ける場合は作用引張応力 $\sigma_{sn}$ , 曲げを受ける場合は固定端下面の縁応力 $\sigma_{f}$ で正規化している. 軸引張力を受ける場合と曲げを受ける場合で理論解と FEM 解析結果がよく一致していることがわかる.



(a) 軸引張力を受ける場合



(b) 曲げを受ける場合

図2 理論解と FEM 解析結果の比較

## 4. 接着剤の応力を用いたエネルギー解放率

シングルラップ接着接合の接着剤のはく離破壊の評価の一つとして、エネルギー解放率が用いられる.接着 剤に微小なはく離が生じることにより変化するポテンシャルエネルギーの変化は、接着剤のひずみエネルギー の変化に等しいことから、はく離時の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を用いたエネルギー解放率はモー ド別に次式で与えられる.

$$G_{I} = \frac{K_{I}^{2}}{E_{e}} = \begin{cases} \frac{h}{2E_{e}} \sigma_{ycr}^{2} & (\sigma_{ycr} \ge 0) \\ 0 & (\sigma_{ycr} \le 0) \end{cases}$$
 (5) 
$$G_{II} = \frac{K_{II}^{2}}{E_{e}} = \frac{h}{2G_{e}} \tau_{cr}^{2}$$
 (6)

ここに、 $K_{\rm I}$ 、 $K_{\rm II}$  はそれぞれモード I、II の応力拡大係数、 $\sigma_{yer}$ は、はく離先端の接着剤に生じる垂直応力、 $\tau_{cr}$ は、はく離先端の接着剤に生じるせん断応力である.

表 1 のモデルに対する,理論解および FEM 解析結果から得られるモード別のエネルギー解放率の比を表 2 に示す.FEM 解析モデルのはく離先端では放射状に退化要素を用い,はく離面は二重節点を用いてはく離を模擬した.式(5),(6)から計算されるエネルギー解放率と FEM 解析から得られた値の比較の結果,モード I,II の和の誤差が 1 割未満であった.

### 5. まとめ

本研究により得られた結論を以下に示す.

- (1) 様々な荷重条件に対するシングルラップ接着接合の接着剤に生じる応力の式を与えた.
- (2) はく離破壊の評価として理論解から導いたエネルギー解放率は、FEM 解析結果と近い値を示した.