

地震動が軌道の動的座屈強度に及ぼす影響

新潟大学大学院自然科学研究科 学生員 千葉 颯兵
 新潟大学工学部建設学科 正会員 阿部 和久
 新潟大学大学院自然科学研究科 正会員 紅露 一寛

1. はじめに

地震時の軌道被害では、それを直接支持する橋梁や盛土などの構造物、あるいは路盤の変形に伴うものが殆どとなっているが、過去の地震において、構造物や路盤に大きな変形が生じていない箇所でも、バラスト軌道が座屈する事例(波状曲がり)が報告されている¹⁾。このような波状曲がりの原因として、地震時の地盤の軌道軸方向の動きに伴う軸力の増大や、道床横抵抗力の低下などが指摘されているが、既往の研究では軌道が有する動的現象に着目した議論はなされていない。

そこで本研究では、波状曲がりの発生に動的作用が及ぼす影響について理論的検討を行う。

2. パラメータ励振の発生の可能性

(1) 対象とする問題

地震波によってレール内に生じた周期的に分布する軸力に由来するパラメータ励振の発生の可能性を検討する。その際に周期関数で表される軸力を受けるレールの準定常応答を解析対象とし、複素周波数の2次固有値問題へ帰着させることで振動の安定性を評価する。

(2) 理論

地震動によって軌道長手方向(x 方向)に強制的に次の変位 u が加えられるものとする。

$$u(x, t) = u_0 \cos 2k(x - Vt) \quad (1)$$

ここで $2k$ は入射地震動の x 方向波数成分、 V は位相速度、 t は時間、 u_0 は x 方向変位振幅である。

この時の軌道水平方向たわみ $w(x, t)$ に関するつり合い式から、次の運動方程式を得る。

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + N \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - EA \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + q_0 w + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

ここで E はヤング率、 I は断面二次モーメント、 A は断面積、 N は平時から作用している静的軸力、 m は軌きょうの単位長さ当りの質量、 q_0 は単位長さ当りの道床横剛性である。

次に (x, t) を次式により (ξ, τ) に変数変換する。

$$\xi = x - Vt, \quad \tau = t \quad (3)$$

式(3)を式(2)に適用し、 τ について Fourier 変換すると次式

を得る。

$$EI \hat{w}'''' + N \hat{w}'' - EA(u' \hat{w}')' + q_0 \hat{w} + m(V^2 \hat{w}'' + 2Vi\omega \hat{w}' - \omega^2 \hat{w}) = 0 \quad (4)$$

ただし $(\hat{\cdot})$ は Fourier 変換、 $(\cdot)' = \partial/\partial \xi$ 、 ω は円振動数である。

また、Floquet の理論²⁾より $u(\xi) = u(\xi + L)$ のとき、パラメータ励振における準定常状態での応答は $2L$ を周期とする次のような解を構成する。

$$\hat{w}(\xi + 2L) = e^{i2\kappa L} \hat{w}(\xi) \quad (5)$$

ここで、 $\kappa \in [0, 2\pi/L]$ は波数次元のパラメータである。式(5)を満たすように $\hat{w}(\xi)$ を Fourier 級数展開した後、式(4)へ代入し、整理することで ω について次のような2次固有値問題を得る。

$$\begin{aligned} [A_o^0 + \omega A_o^1 + \omega^2 A_o^2] \{w_o\} &= \{0\}, \\ [A_e^0 + \omega A_e^1 + \omega^2 A_e^2] \{w_e\} &= \{0\} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで $\{w\}$ は $\hat{w}$ の Fourier 係数を成分とする無限ベクトルであり、 $[A^i]$ は係数行列である。また下付添字 $(\cdot)_o, (\cdot)_e$ はそれぞれ奇数項と偶数項に関するものであることを表している。地震動を受けるレールの安定・不安定の境界は $\omega = 0$ で与えられ、 ω の虚部の符号が正のとき振動は不安定になる。

(3) 解析結果

地震波の波数-位相速度平面上に不安定振動を与える点をプロットした結果を図1に示した。図には一般的な地震波の存在領域も合わせて表示した。図1より地震波の存在領域と不安定領域とが重なることはなく、通常地震動の下ではパラメータ励振による軌道座屈は発生し得ないことがわかる。

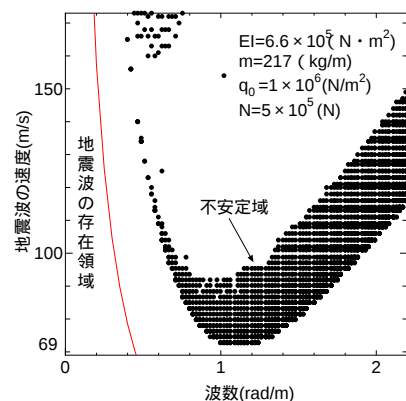


図1 地震波の存在領域と不安定領域

Key Words: バラスト軌道, 地震動, パラメータ励振, 動的座屈

連絡先: 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地 TEL 025 (262) 7028 FAX 025 (262) 6775

3. 地震動による動的飛び移り座屈強度低下の理論的検討

(1) 動的飛び移り荷重の周波数依存性

初期不整を有するレールの座屈荷重は、完全系のそれよりも低下することが知られている。地震動によってレールが強制的に変位を受けるとき、これはある種の初期不整を有する状態とも言える。ここでは地震動の動的作用による飛び移り座屈荷重低下の可能性について理論的検討を行う。

まくらぎ下に振幅 W_e 、位相 $kx - \omega t$ の地震波が速度 V で軌道長手方向へ沿って伝播する場合を考える。このとき運動方程式から定常解に対して次式を得る。

$$\begin{aligned} k^2(N_R - N) - \frac{3}{4}q_n W^2 - q_0 \frac{W_e}{W} &= 0 \\ N_R &= EI k^2 + \frac{1}{2k^2}(k_0 - m\omega^2) \end{aligned} \quad (7)$$

ここで W は軌道水平変位の振幅、 q_n は非線形バネに関する定数、 N_R は微小振幅下における共振軸力である。

軸力-変位曲線において動的飛び移り座屈荷重は極大値で与えられるので、式 (7) に極値条件 $\partial N / \partial W = 0$ を課すと次式を得る。

$$W = \left(\frac{2q_0}{3q_n} W_e \right)^{\frac{1}{3}} \quad (8)$$

式 (8) を式 (7) へ代入し、動的座屈荷重 N_{cr} を求めると次式を得る。

$$N_{cr} = N_R - \frac{1}{k^2} \left[\left(\frac{3}{2} \right)^4 q_0^2 q_n \right]^{\frac{1}{3}} W_e^{\frac{2}{3}} \quad (9)$$

式 (9) より、動的座屈荷重は地震動の振幅 W_e の $2/3$ 乗に比例して低下することとなる (図 2)。その為、地震動振幅の増大に伴い座屈強度は低下し得る。

(2) 解析による検証

一定速度で進行する調和波動が地盤変位として作用する問題を対象に、図 3 に示した道床横抵抗力の非線形履歴特性を考慮した動的応答解析法を構築する。なお、まくらぎにより離散支持された有限長軌道モデルを採用する。この場合の有限変位下の運動方程式は次式で与えられる。

$$\{f(y)\} - \{F(y - y_e)\} + [C]\{\dot{y}\} + [M]\{\ddot{y}\} = \{0\} \quad (10)$$

ここで $\{y\}$ 、 $\{\dot{y}\}$ 、 $\{\ddot{y}\}$ はそれぞれ節点変位、速度、加速度ベクトル、 $\{y_e\}$ は地震動入射を表現する為にまくらぎに課せられる強制変位、 $\{f\}$ はレールの変形に関する内部節点力ベクトル、 $\{F\}$ は道床横・縦抵抗力による外力を与える節点力ベクトル、 $[C]$ は減衰行列、 $[M]$ は質量行列である。

時間積分には台形法を適用し、各ステップにおける非線形方程式の反復計算過程において Newton-Raphson 法により収束解を求める。

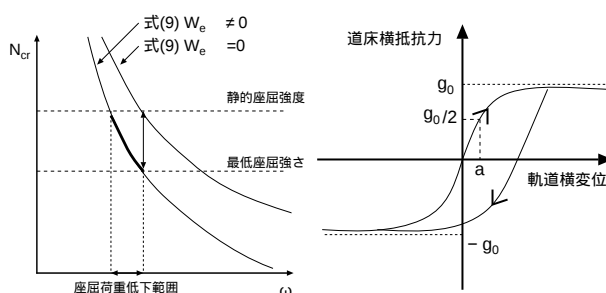


図 2 地震動の擾乱鋭敏性

図 3 道床横抵抗力モデル

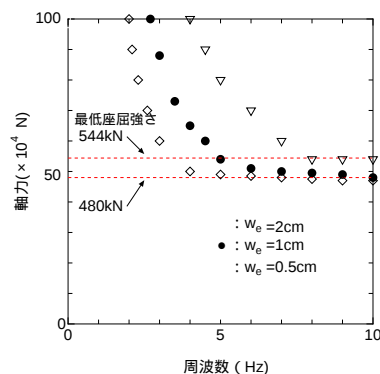


図 4 周波数-軸力平面における座屈発生境界点

(3) 解析結果

50kgレールとPCまくらぎから構成される軌道を想定し、地盤は比較的軟弱なものを対象とする。レール1本当りの最終道床横抵抗力 g_0 は 1.2kN、 $g_0/2$ を与える軌道横変位 a は 1mm とした。地震波の横波伝播速度 V は 100m/s、地盤変位振幅 W_e は 0.5, 1, および 2cm の 3 ケースに設定した。

軸力 N と周波数 ω を変化させ、座屈が生じる境界を求めた結果を図 4 に示す。入射波の周波数増加と共に座屈荷重が低下する様子が確認できる。また、5Hz 程度から座屈荷重はほぼ一定値をとっている。このときの軸力は、軌道飛び移り座屈の下限値である最低座屈強さとほぼ等しい値となっており、地震動下では最低座屈強さ程度の軸力でも軌道が大きく変形し得ることがわかる。

4. まとめ

波状曲がりの発生メカニズムを理論的に検討した。まず最初に地震波によってレール内に周期的に分布する軸力に由来するパラメータ励振の発生可能性を検討した。その結果、通常地震動のもとではパラメータ励振による座屈誘発の恐れはないことがわかった。次に擾乱によって飛び移り座屈強度が低下する可能性を検討した。その結果、実際に起こりうる地震波が有する周波数域において飛び移り座屈強度が大幅に低下し得ることが確認できた。

参考文献

- 1) 三浦重：地震時の軌道変状と安全性、鉄道総研報告書、RTRI REPORT Vol10, No3, 1996
- 2) 小寺 忠：パラメータ励振、森北出版、2010