

E-MPS 法を用いた橋梁上部構造の3次元破壊解析

群馬大学大学院理工学府 学生会員 ○秋友 誠
群馬大学大学院理工学府 正会員 斎藤隆泰

1. はじめに

2011年3月11日の東北地方太平洋沖地震で発生した津波により、多くの土木構造物が被害を受けた。特に橋梁に対しては、上部構造の流出が多発し復旧に遅れが生じた。これを受け、今後危惧される南海トラフ地震などの巨大地震に対して橋梁の維持管理対策が進められている。しかしながら、橋梁に作用する津波の流体力や、津波が作用した際の橋梁の挙動は未だ明らかとなっていない。これまで、差分法や有限要素法といった様々な数値解析手法により、津波解析が行われてきたが、流体のような形状が自由に変形する対象を解析する場合は、粒子法が適している。また大規模解析には、計算の高率化、並列化が容易な陽解法が適している。そこで本研究では、粒子法の1つであるMPS法を圧力に関して陽的に解いたE-MPS(Explicit Moving Particle Simulation)法¹⁾を用いて、津波が橋梁に作用する流体力および橋梁上部構造の流出の挙動を数値解析により明らかにする。

2. E-MPS法の定式化

流体解析の支配方程式は、非圧縮性流体を仮定したナビエーストークス方程式

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\nabla^2\mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (1)$$

を用いる。ここで、 $\mathbf{u}$ 、 ρ 、 P 、 ν および $\mathbf{g}$ はそれぞれ、流速、密度、圧力、動粘性係数および重力加速度である。E-MPS法では、式(1)右辺第一項、第二項に含まれる勾配、ラプラシアンを以下に示す粒子間相互作用モデルを用いて離散化する。

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{d}{n_{\text{grad}}^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(P_j + P_i)(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} w_{\text{grad}}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (2)$$

$$\langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \sum_{j \neq i} [(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)] \quad (3)$$

ここで、 d 、 $\mathbf{r}$ 、 λ^0 は空間次元数、粒子座標、基準状態における粒子間距離の重み付き二乗平均である。また、 $w_{\text{grad}}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)$ 、 $w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)$ および n_{grad}^0 、 n^0 はそれぞれ、重み関数および基準粒子数密度であり、これらにより粒子間距離による重み付き平均をとる。式(2)、(3)の重み関数の計算について、安定化のためにそれぞれ以下の式を用いる。

$$w_{\text{grad}}(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - \frac{r}{r_e} & (r < r_e) \\ 0 & (r \geq r_e) \end{cases} \quad (4)$$

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} + \frac{r}{r_e} - 2 & (r < r_e) \\ 0 & (r \geq r_e) \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 r は粒子間距離、 r_e は影響半径を表しており、影響半径外の粒子からの影響を無視することで、計算負荷を軽減している。また、格子状に無限遠まで非圧縮として粒子を配置し、充填した状態における式(4)、(5)の重み関数の総和を基準粒子数密度として、それぞれ以下のように定義する。

$$n_{\text{grad}}^0 = \sum_{j \neq i} w_{\text{grad}}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (6)$$

$$n^0 = \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (7)$$

E-MPS法では、流体に微小な圧縮を許容し、圧力を密度の関数として次式のように表す。

$$P = \begin{cases} c^2(\rho - \rho^0) & (\rho > \rho^0) \\ 0 & (\rho \leq \rho^0) \end{cases} \quad (8)$$

ここで、 c は流体中の音速、 ρ は密度、 ρ^0 は圧力ゼロの状態における密度である。密度は、重み関数の和に比例すると仮定して、次式のように与える。

$$\rho = \frac{\rho^0}{n^0} \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (9)$$

また、音速に関しては、実際よりも小さな仮想的な音速を与えることで、時間刻みを大きくとることができる¹⁾。一方で、式(1)において非圧縮を仮定しているが、流速に対する音速の比であるマッハ数 $M_a = |\mathbf{u}|/c$ が1よりも十分に小さい場合、流れ場を非圧縮として近似することができる。ここでは、マッハ数を $M_a = 0.2$ とした次式により仮想的な音速を与える。

$$c = \frac{u_{\text{max}}}{0.2} \quad (10)$$

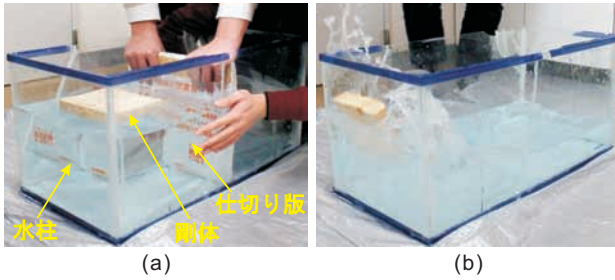
ここで、 u_{max} は流速の最大値であり、例えば、ダムブレイク問題であれば、水柱高さを H としたとき、 $u_{\text{max}} = 2\sqrt{gH}$ で表すような計算体系によって概算される定数である。なお、解析の詳細は、文献¹⁾を参照されたい。

3. 橋梁のモデル化

本研究では橋梁上部構造の破壊について検討を行う。以下では、簡単のため、橋脚や橋梁下部構造の破壊は考えず、上部構造のみを解析対象とし、上部構造を剛体として近似して扱う。

(1) 剛体の計算

剛体は3次元空間において、並進に3自由度、回転に3自由度を持つ。したがって、支配方程式は次式に示す並進、回転についての運動方程式である。

図1 ダムブレイク問題の実験結果 (a) $t = 0.0$ s (b) $t = 1.2$ s

$$M \frac{dV}{dt} = F \quad (11)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = N \quad (12)$$

ここで, M , I は剛体の質量, 慣性テンソル, V , ω は剛体重心の並進速度, 回転速度, F , N は剛体に働く外力とトルクである. 剛体の支配方程式 (11), (12) と流体の支配方程式 (1) の連成は, 簡便法として, 一度剛体粒子も流体粒子として同様に計算した後, 各粒子の運動量, 角運動量を保存するように剛体の運動として考える弱連成の手法²⁾を用いる. つまり, 計算前の剛体粒子速度, 計算後の仮の剛体粒子速度をそれぞれ v_i^k , $\hat{v}_i^{k+1}$ とすると,

$$F = \sum_i^{\text{rigid}} m_i \frac{\hat{v}_i^{k+1} - v_i^k}{\Delta t} \quad (13)$$

$$N = \sum_i^{\text{rigid}} (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{r}_g^k) \times (m_i \frac{\hat{v}_i^{k+1} - v_i^k}{\Delta t}) \quad (14)$$

と表せる. ここで, $\mathbf{r}_g^k$ は剛体重心の座標, 右上添え字は時間ステップを表す. これらの式 (13), (14) を式 (11), (12) に与えることで, 剛体の並進速度 V^{k+1} , 回転速度 ω^{k+1} が求まる. なお, 剛体の各粒子速度 v_i^{k+1} は次式により求まる.

$$v_i^{k+1} = V^{k+1} + \omega^{k+1} \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{r}_g^k) \quad (15)$$

(2) 破壊条件

上部構造は, 桁と橋脚および橋台において支承により拘束されている. 本研究では簡単のために, 破壊の条件を次のように定める.

$$F_v > F_d \quad (16)$$

ここで, F_v は剛体に働く鉛直上向き外力, F_d は支承が破壊する外力の閾値である. つまり, 式 (16) を満たさない場合は, 上部構造は拘束されており運動を考えないものとする.

4. 数値解析例

(1) ダムブレイク問題の解析

まず, 剛体を考慮したダムブレイク問題を解析することで, 本手法の妥当性を示す. 図1および図2はそれぞれ実験結果, 本手法による解析結果を示している. ここで, ρ_w , ρ_{rigid} はそれぞれ, 水の密度, 剛体の密度であり, 図2に示すように与えた. 両者の結果より, 本手法を用いた場合の流体および剛体の挙動は, 概ね実際の水槽を用いた結果と同じであることが確認できた. なお, 数値解析結果は, マーチングキューブ法³⁾の理論により, 粒子をポリゴン化し, 可視化することで粒子を流体らしく表現するよう工夫している.

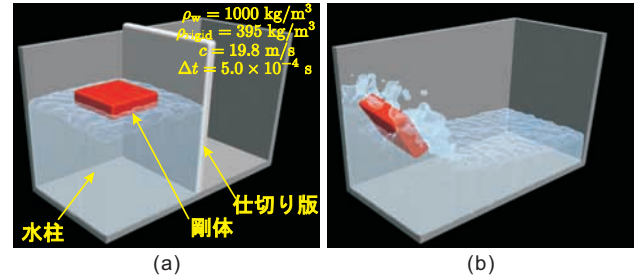
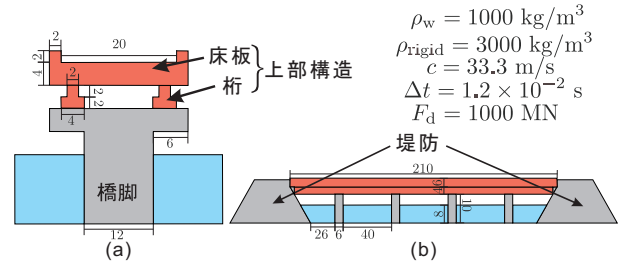
図2 本手法による解析結果 (a) $t = 0.0$ s (b) $t = 1.2$ s

図3 橋梁のモデル (a) 断面図 (b) 側面図 ※寸法の単位は (m)

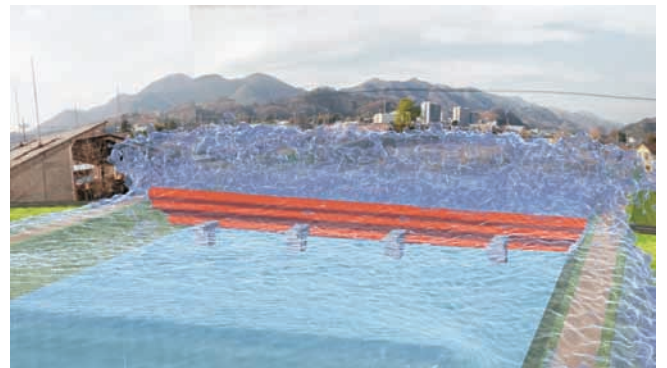


図4 橋梁流出の簡易解析結果

(2) 橋梁流出モデルの解析

次に, 図3に示すような5径間連続I桁橋に対して, 上部構造の破壊解析を行う. ただし, 床板と桁は合成されており, 両者を一体化し上部構造を1つの剛体として扱う. 解析結果を図4に示す. 手前から津波が遡上していき, 橋脚や上部構造に衝突して, 鉛直上向きに津波が跳ね上がるのを確認できる. これにより上部構造に対し鉛直上向きの外力の作用が大きく働き, 式 (16) の破壊条件を満たすことで, 上部構造が破壊することを再現できた.

5. まとめ

本研究では, E-MPS法を用いて流体と剛体の連成解析を行った. ダムブレイク問題により E-MPS法の妥当性を示した後, 津波の遡上による橋梁上部構造の破壊を再現した. 今後は橋梁の形状の違いが流体力や上部構造の挙動に与える影響などを検討する予定である.

参考文献

- 1) 越塚誠一: 粒子法入門 流体シミュレーションの基礎から並列計算と可視化まで, 丸善株式会社, 2014.
- 2) 越塚誠一: 粒子法 計算力学講座シリーズ5, 丸善株式会社, 2005.
- 3) 越塚誠一: 粒子法シミュレーション 物理ベース CG 入門, 培風館, 2008.