

時間域多重極境界要素法を用いた移動音源による音場解析と妥当性の検討

中央大学	学生員	岡村	理一郎
京都大学大学院	正会員	吉川	仁
名古屋大学大学院	正会員	高橋	徹
中央大学	正会員	櫻山	和男

1. はじめに

近年のコンピュータの発展に伴い、都市空間の音場の予測には波動音響理論に基づく数値シミュレーションが広く用いられている。本研究では、著者らが提案した VR 技術を用いた道路交通騒音予測システム¹⁾の精度および適用性の向上を目的とし、波動音響理論に基づく数値シミュレーション手法の構築を行う。数値シミュレーション手法としては、外部問題に適している境界要素法²⁾³⁾を用いる。境界要素法は境界上の離散化のみで近似解を得る手法であるが、時間域の境界要素法では、ある時刻の解はそれ以前の全ての時刻の境界値からの影響を受けるため、大規模問題を解く場合には計算量・記憶容量が膨大化する。そこで、著者らは時間域の境界要素法による大規模 3 次元非定常音場解析を可能とするため、高橋による 3 次元非定常波動問題の補間に基づいた高速多重極法⁴⁾を用いて、メモリ削減と高速化を行ってきた⁵⁾⁶⁾。

本報告では、VR 技術を用いた道路交通騒音(実音源)の可聴化を行うための前段階として、音源が移動する問題の数値解析を行い、妥当性の検討を行う。

2. 境界要素法を用いた騒音解析

本研究で扱う非定常波動散乱問題は次の通りである。

$$\frac{\partial^2 u(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 u(\mathbf{x}, t) \quad \text{in } D, \quad t > 0, \quad (1)$$

$$u(\mathbf{x}, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{x}, 0) = 0 \quad \text{in } D, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{x}, t) = \bar{q}(\mathbf{x}, t) \quad \text{on } \partial D, \quad t > 0, \quad (3)$$

$$u(\mathbf{x}, t) = u_{\text{in}}(\mathbf{x}, t), \quad |\mathbf{x}| \rightarrow \infty, \quad t > 0, \quad (4)$$

ここに、 D 、 ∂D は領域とその境界を表し、 u は音圧、 c は波速、 \bar{q} は既知関数、 u_{in} は入射波、 \mathbf{n} は領域からの外向き単位法線ベクトルである。式(1)~(4)に対応する境界積分方程式は次式で得られる。

$$\frac{1}{2}u(\mathbf{x}, t) = \int_0^t \int_{\partial D} \Gamma(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) \bar{q}(\mathbf{y}, s) dS ds - \int_0^t \int_{\partial D} \frac{\partial \Gamma}{\partial n}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) u(\mathbf{y}, s) dS ds + u_{\text{in}}(\mathbf{x}, t), \quad (5)$$

ここに、 Γ は、3 次元波動方程式の基本解である。

空間を区分一定要素、時間を区分線形補間で離散化すると次の代数方程式を得る。

$$-u_{\text{in}}^n \simeq \sum_{m=1}^n U^{n-m+1} \mathbf{q}_L^m - \sum_{m=1}^n \mathbf{W}^{n-m+1} \mathbf{u}_L^m, \quad (6)$$

$$\{\mathbf{u}_{\text{in}}^m\}_i := u_{\text{in}}(\mathbf{x}^i, m\Delta t), \quad (7)$$

$$\{\mathbf{u}_L^m\}_i := u(\mathbf{x}^i, m\Delta t) - 2u(\mathbf{x}^i, (m-1)\Delta t) + u(\mathbf{x}^i, (m-2)\Delta t), \quad (8)$$

$$\{\mathbf{q}_L^m\}_i := \bar{q}(\mathbf{x}^i, m\Delta t) - 2\bar{q}(\mathbf{x}^i, (m-1)\Delta t) + \bar{q}(\mathbf{x}^i, (m-2)\Delta t), \quad (9)$$

$$\{U^{n-m}\}_{ij} := \frac{1}{4\pi c \Delta t} \int_{S_j} U(\mathbf{x}^i, \mathbf{y}, n\Delta t, m\Delta t) dS, \quad (10)$$

$$\{W^{n-m}\}_{ij} := \frac{1}{4\pi c \Delta t} \int_{S_j} \nabla_{\mathbf{y}} U(\mathbf{x}^i, \mathbf{y}, n\Delta t, m\Delta t) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{y}) dS, \quad (11)$$

$$U(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t, s) := \frac{(c(t-s) - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|) H(c(t-s) - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|)}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}, \quad (12)$$

ここに、 x_j は境界要素 S_j の代表点を、 Δt は時間増分を表す。

また、式(6)により求められた境界上の u の値を用いて、次式より、領域内部の任意の点 \mathbf{x} での音圧 u を求める。

$$u(\mathbf{x}, t) = \int_0^t \int_{\partial D} \Gamma(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) \bar{q}(\mathbf{y}, s) dS ds - \int_0^t \int_{\partial D} \frac{\partial \Gamma}{\partial n}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) u(\mathbf{y}, s) dS ds + u_{\text{in}}(\mathbf{x}, t). \quad (13)$$

本研究では、式(5)の解法として補間に基づいた時間域高速多重極法⁴⁾を適用した。

3. 数値解析例

精度検証のための数値解析例として、3 次元非定常波動問題を取り上げる。移動する点音源を考え、妥当性の検証を行う。

(1) 音源が移動する音場問題

解析メッシュは図-1に示す。一辺の最大空間離散化幅を 0.085m とする三角形メッシュを用い、総要素数は 47,636 とし、時間離散化幅を 0.25ms、初期音源点を (-7.5, -3.0, 1.0) に設け、 x_1 の正の方向に $v=27.8\text{m/s}(=100\text{km/h})$ で移動させる。受音点を (0.0, 3.0, 1.5) に設定し数値解と厳密解の比較を行った。また、入力波および境界条件を以下に示す。

$$u_{\text{in}}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\sin(\frac{2\pi}{T} t'_0)}{\sqrt{(x_1 - vt)^2 + (1 - \frac{v^2}{c^2})(x_2^2 + x_3^2)}}, \quad t'_0 > 0, \quad (14)$$

$$t'_0 = \frac{(c^2 t - vx_1) - \sqrt{c^2(x_1 - vt)^2 + (c^2 - v^2)(x_2^2 + x_3^2)}}{c^2 - v^2}, \quad (15)$$

$$\bar{q} = 0 \quad \text{on } \partial D, \quad (16)$$

キーワード：境界要素法、高速多重極法、音響、移動音源

連絡先：〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学 E-mail: okamura-r@civil.chuo-u.ac.jp

ここに、波速 $c=340.0\text{m/s}$ 、周期 $T=0.0025\text{s}(400\text{Hz})$ 、時間ステップ数を 2,160 として解析を行った。

図 - 2 に境界面上の音圧の可視化結果を示す。図より音源が移動し音が放射上に伝わっていることが確認できる。図 - 3 に受信点における厳密解と解析結果を示す。解析結果は厳密解と良い一致を示しており、本手法の妥当性を確認することができた。また、高速多重極法の導入により、影響係数行列の記憶メモリ量を約 1/6 に削減を実現した。計算時間(使用した計算機のメモリ、CPU、コア数はそれぞれ 256GB、Intel®Xeon®CPU E5-2687W @3.10Hz、16 コア)は 45 分であり、現実的な時間で移動音源を取り扱うことができた。図 - 4 に受信点において音源が近づいてくる時間域 ($t=0\sim 0.256\text{ s}$) および音源が遠ざかる時間域 ($t=0.28375\sim 0.53975\text{ s}$) における周波数特性を示す。図より音源が向ってくる時間域では周波数が高く、音源が遠ざかる時間域では周波数が低くなり音源の移動が正しく考慮されている(ドップラー効果が起きている)ことが確認できる。

4. おわりに

本報では、境界要素法による 3 次元非定常音場解析に対して高速多重極法を適用することで、以下の結論を得た。

- 厳密解と数値解が良い一致を示し計算手法の妥当性が確認された。
- 周波数特性より、音源の移動が正しく考慮されていることが確認できた。

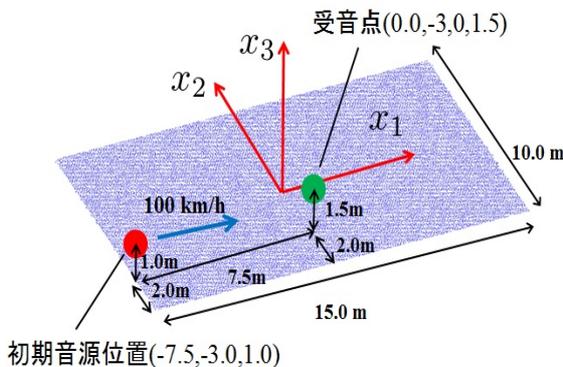


図 - 1 The computational model.

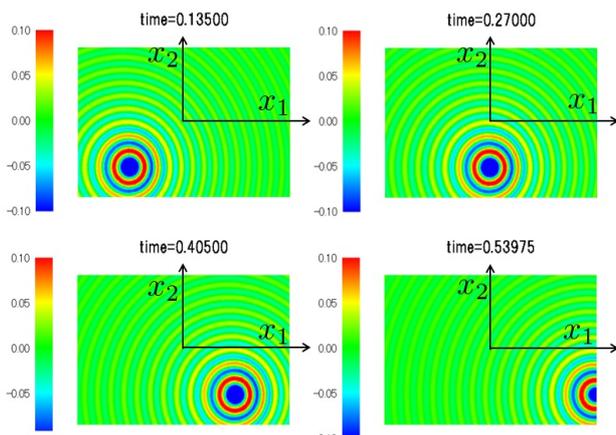


図 - 2 Sound pressure distribution.

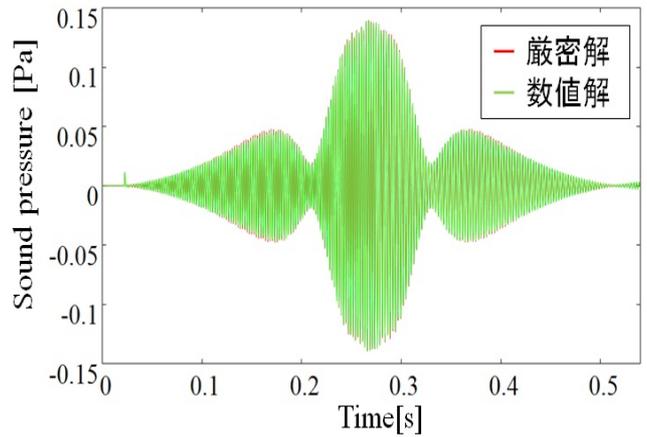


図 - 3 The time history of sound pressure at the receiving point.

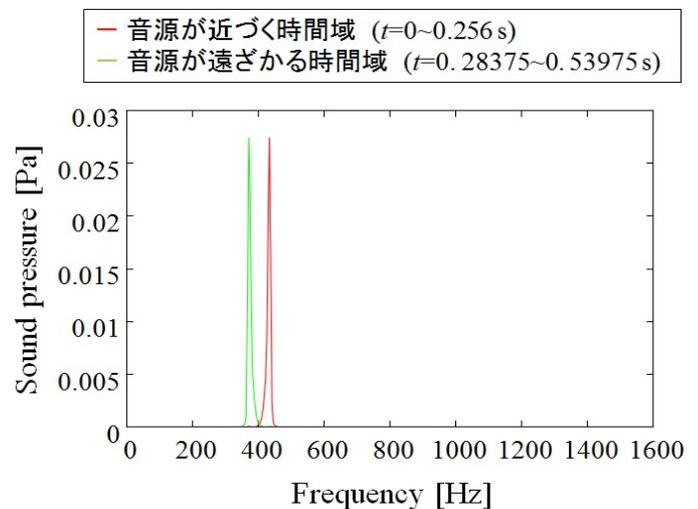


図 - 4 The Fourier spectrum of the sound at the receiving point.

今後は、より大規模な問題を取扱うと共に VR 技術を用いた道路交通騒音システムへの実装を行う予定である。

参考文献

- 1) 田近伸二, 櫻山和男, 志村正幸: VR 技術を用いた対話型道路交通騒音評価システムの構築, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.13, pp.231-240, 2010.
- 2) 小林昭一: 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000.
- 3) 吉川仁, 松浦京介: 影響波動の到達時間を考慮した Lubich の CQM を用いた時間域境界積分方程式, 計算数理工学論文集, 日本計算数理工学会, Vol.12, pp.73-78, 2012.
- 4) Toru Takahashi: An interpolation-based fast-multipole accelerated boundary integral equation method for the three-dimensional wave equation, Journal of Computational Physics Vol.258, pp.809-832, 2014.
- 5) 岡村理一郎, 吉川仁, 櫻山和男: 境界要素法による大規模 3 次元音場シミュレーション, 平成 26 年度全国大会第 69 回年次学術講演会講演概要集, 土木学会, CS11-026, 2014.
- 6) 岡村理一郎, 吉川仁, 高橋徹, 櫻山和男: 境界要素法による大規模 3 次元非定常音場解析, 第 63 回理論応用力学講演会 (NCTAM2014) 概要集, 日本学術会議, OS07-3-4, 2014.