

周波数領域境界要素法を用いた 異方性飽和多孔質弾性体の3次元波動散乱解析

○東京工業大学大学院 正会員 古川 陽
群馬大学大学院 正会員 斎藤隆泰
東京工業大学大学院 正会員 廣瀬壮一

1. はじめに

岩盤は、岩石の生成過程で生じる堆積構造や流理構造、地中で封圧を受けることで生じる配向性のき裂によって異方性を有する。また、岩盤は多孔質体であり、地中ではその間隙が地下水などの間隙流体で飽和した状態にある。このような媒質は異方性飽和多孔質弾性体と呼ばれ、その代表的な力学モデルは Biot によって提案されている¹⁾。

岩盤に対する波動解析は物理探査や地震工学の分野で利用されており、異方性飽和多孔質弾性体の波動論的特徴に関する研究も積極的に行われている²⁾。しかし、任意の解析モデルに適用可能な数値解析手法の開発に関する研究は、これまでほとんど報告例がない。

そこで本研究では、異方性飽和多孔質弾性体の3次元波動解析のための周波数領域境界要素法の開発を行う。本稿では、境界要素法の定式化と離散化について述べ、その後、提案手法の検証を行う。なお、以下では特に断りのない限り、大文字の下付き添え字は1,2,3,4、小文字の下付き添え字は1,2,3をとり、1つの項の中に繰り返し現れる添え字に関しては総和規約を適用する。

2. Biot の理論

Biot の理論に基づく異方性飽和多孔質弾性体の構成方程式は、次式で与えられる¹⁾。

$$\sigma_{ij} = A_{ijkl}u_{k,l} + \alpha_{ij}Mw_{k,k} \quad (1)$$

$$p = -\alpha_{kl}Mu_{k,l} - Mw_{k,k} \quad (2)$$

ただし、全応力 σ_{ij} は引張を正、間隙流体の圧力 p は圧縮を正としている。 $(\cdot)_{,i}$ は x_i 方向に関する空間微分を表し、 u_i は固体骨格部の変位、 w_i は単位断面積を通過する間隙流体の流量である。この流量 w_i は、間隙率 β と間隙流体の変位 U_i を用いて $w_i = \beta(U_i - u_i)$ で与えられる。また、式(1)、(2)において、 M は Biot の弾性定数、 α_{ij} は異方性を考慮した場合の Biot の有効応力係数を表す。Biot の有効応力係数 α_{ij} は、固体骨格部と間隙流体の連成の強さを表す。さらに、 A_{ijkl} は非排水条件における飽和多孔質弾性体の弾性定数であり、排水条件における飽和多孔質弾性体の弾性定数 C_{ijkl} を用いて $A_{ijkl} = C_{ijkl} + \alpha_{ij}\alpha_{kl}M$ で与えられる。

異方性飽和多孔質弾性体の運動方程式は、次式で与えら

れる¹⁾。

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i = \rho \ddot{u}_i + \rho_f \ddot{w}_i \quad (3)$$

$$p_{,i} + \rho_f c_i = -\rho_f \ddot{u}_i - m_{ij} \ddot{w}_j - \eta r_{ij} \dot{w}_j \quad (4)$$

ここに、 ρ_f は間隙流体の密度、 ρ は固体骨格部と間隙流体の混合物の密度であり、固体骨格部の密度 ρ_s を用いて $\rho = (1 - \beta)\rho_s + \beta\rho_f$ で与えられる。また、 b_i および c_i は混合物および間隙流体に働く物体力であり、 $(\cdot)$ は時間に関する微分を表す。 m_{ij} は質量マトリクスであり、間隙の幾何形状によって決定される。 η は間隙流体の粘性係数、 r_{ij} は流れ抵抗マトリクスを表す。なお、流れ抵抗マトリクス r_{ij} は、一般化された Darcy の法則に基づく透水係数 k_{ij} を用いて $[r_{ij}] = [k_{ij}]^{-1}$ で与えられる。

3. 周波数領域境界要素法

次に、提案手法である周波数領域境界要素法の定式化と離散化について示す。以下では、 ω は角周波数、 $(\tilde{\cdot})$ は時間に関する Fourier 変換を表す。

異方性飽和多孔質弾性体の弾性波動問題に対する周波数領域境界積分方程式は、領域を V 、境界を S とする外部問題を考えた場合、次式で与えられる³⁾。

$$C(\mathbf{x})\tilde{q}_I(\mathbf{x}, \omega) = \tilde{q}_I^{\text{in}}(\mathbf{x}, \omega) + \int_S \tilde{U}_{IK}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \tilde{s}_K(\mathbf{y}, \omega) dS(\mathbf{y}) - \int_S \tilde{W}_{IK}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \tilde{q}_K(\mathbf{y}, \omega) dS(\mathbf{y}) \quad (5)$$

ただし、境界 S は滑らかであるとし、 $C(\mathbf{x})$ は自由項を表す。式(5)において、一般化変位 $\tilde{q}_I(\mathbf{x}, \omega)$ は固体骨格部の変位 u_i と間隙流体の圧力 p によって構成され、一般化表面力 $\tilde{s}_I(\mathbf{x}, \omega)$ は表面力 t_i と間隙流体の流量 p_n によって構成される。また、 $\tilde{q}_I^{\text{in}}(\mathbf{x}, \omega)$ は入射波による一般化変位、 $\tilde{U}_{IK}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$ および $\tilde{W}_{IK}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$ は異方性飽和多孔質弾性体の3次元弾性波動問題に対する周波数領域基本解および二重層核を表す。

飽和多孔質弾性体の境界値問題では、固体および流体に関して、それぞれ境界条件を設定する。固体に関する境界条件は、 $u_i = 0$ とすれば変位固定、 $t_i = 0$ とすれば表面力フリーとなる。一方、流体に関する境界条件は、 $p = 0$ とすれば圧力固定の浸透性、 $p_n = 0$ とすれば非浸透性となる。これらの条件を組み合わせることによって、任意の解析条件を表現することができる。

Key Words: 境界要素法, 異方性飽和多孔質弾性体, 波動

〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1-W8-22 TEL 03-5734-3587 FAX 03-5734-3587

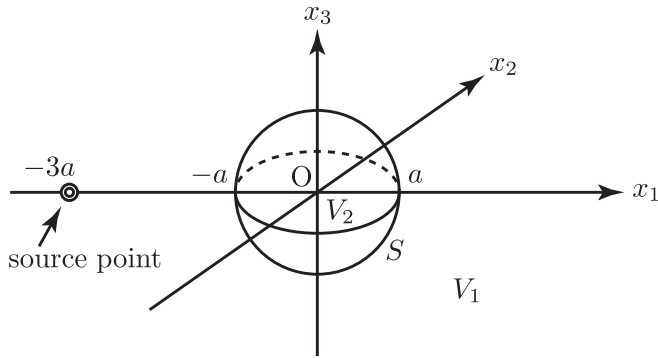


図1 提案手法の検証に用いる解析モデル

次に、式(5)の離散化について説明する．境界 S を N_e 個の要素に分割し、未知の境界値を求めるための代数方程式を導く．このとき、 $\mathbf{x} \in S$ とし、要素内一定の形状関数を用いれば、次式を得る．

$$\sum_{N=1}^{N_e} \left[\tilde{B}_{MN;IK}(\omega) \tilde{q}_{N;K}(\omega) - \tilde{A}_{MN;IK}(\omega) \tilde{s}_{N;K}(\omega) \right] = \tilde{q}_{M;I}^{\text{in}}(\omega), \quad M = 1, 2, \dots, N_e \quad (6)$$

式(6)において、 $\tilde{A}_{MN;IK}(\omega)$ および $\tilde{B}_{MN;IK}(\omega)$ は影響関数を表し、以下の式で表現される．

$$\tilde{A}_{MN;IK}(\omega) = \int_{S^N} \tilde{U}_{IK}(\mathbf{x}^M, \mathbf{y}, \omega) dS(\mathbf{y}) \quad (7)$$

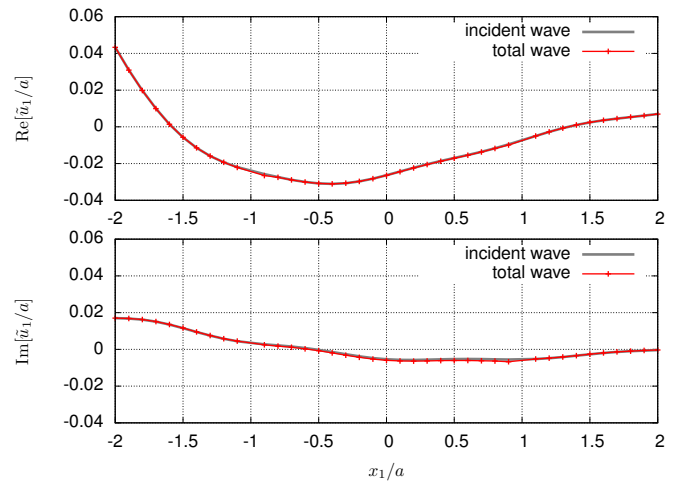
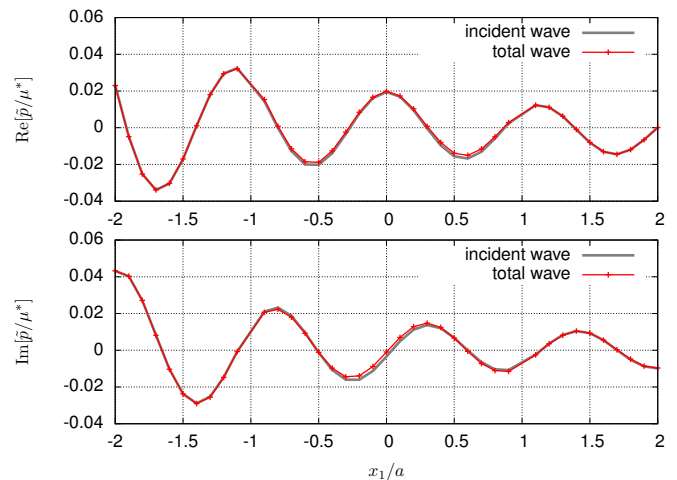
$$\tilde{B}_{MN;IK}(\omega) = \int_{S^N} \tilde{W}_{IK}(\mathbf{x}^M, \mathbf{y}, \omega) dS(\mathbf{y}) + \frac{1}{2} \delta_{MK} \delta_{IN} \quad (8)$$

ただし、 $\mathbf{x}^M$ は境界要素 S^M の重心の座標を表す．

4. 提案手法の検証

前節に示した周波数領域境界要素法の検証を行うため、異方性飽和多孔質弾性体に対する入射波の散乱問題を解く．無限領域 V_1 と半径を a とする球状の領域 V_2 によって構成される解析モデル(図1参照)を考える．入射波は、領域 V_1 内の源点 $\mathbf{x}^{\text{src}} = \{-3a, 0, 0\}^T$ に作用する x_1 方向の単位表面力によって励起される．このとき、領域 V_1 と V_2 が同じ材料であれば、境界 S において散乱波は発生せず、領域内の固体骨格部の変位 u_i と間隙流体の圧力 p は、入射波の値と等しくなる．本研究では、このときの入射波の値を参照解とし、提案手法の検証を行う．解析に用いる異方性飽和多孔質弾性体は、横等方性を有する砂岩とする²⁾．なお、この材料では、間隙流体として海水を仮定している．また、境界 S は 836 個の要素に分割し、解析に用いる角周波数は $\omega = 0.5\pi$ とする．

解析結果として、固体骨格部の変位 $\tilde{u}_1$ の空間分布を図2に、間隙流体の圧力 $\tilde{p}$ の空間分布を図3に示す．これらの計算では、間隙流体の粘性係数を $\eta = 0$ としている．同図に示す値は x_1 軸上の値 ($-2 \leq x_1/a \leq 2, x_2/a = x_3/a = 0$) であり、 $\mu^* = C_{66}$ としている．提案手法による計算結果は

図2 固体骨格部の変位 $\tilde{u}_1$ の空間分布図3 間隙流体の圧力 $\tilde{p}$ の空間分布

入射波の値に概ね一致しており、提案手法は異方性飽和多孔質弾性体に対する入射波の散乱解析に適用可能であることが確認された．なお、解析に要した計算時間は、OpenMP による 24 スレッドの並列化処理を施した場合、20 時間程度であった．

5. おわりに

本研究は、異方性飽和多孔質弾性体の 3 次元波動散乱解析のための周波数領域境界要素法を開発した．提案手法の検証として、異方性飽和多孔質弾性体の材料パラメータを用いた入射波の散乱解析を行い、その有効性を確認した．今後は、散乱波が発生する解析モデルに対して提案手法を適用する予定である．また、提案手法に H マトリクス法を適用し、計算の効率化を図る予定である．

参考文献

- 1) Biot, M.A.: Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media, *J. Appl. Phys.*, Vol.33, No.4, pp.1482–1498, 1962.
- 2) Carcione, J.M.: *Wave Fields in Real Media: Wave Propagation in Anisotropic, Anelastic, Porous and Electromagnetic Media*, Elsevier, 2007.
- 3) 山本晃司: 飽和多孔質弾性体における散乱波動場の数値解析手法とその応用, 東北大学博士論文, 2004.