空気中を自由落下した球による衝撃力の評価

日本大学　　フェロー　○野村　卓史
日本大学（研究当時）　　渡邊　光太郎

１．はじめに

強風災害では，風の力の直接的な作用による被害のほかに，飛来物による被害が問題となる．飛来物による破壊が新たな飛来物を生じると，被害範囲を拡大する要因になる．筆者らは構造流体連成解析に基づく飛来物の飛翔予測を試みている[1)]．本研究では，飛来物が地面に落下したときの衝撃力の評価および地面に衝突したあと再び飛翔する過程を，球を対象に解析した．

２．解析方法

落下する球は剛体とする。流体の運動方程式は ALE 記述された非圧縮性粘性流体の Navier-Stokes 方程式と連続条件式である[2)]。これに VMS 法[3)] を適用する。有限要素は 8 節点六面体要素を用いた。球の運動方程式および流体の有限要素方程式は次式で表される。

$$\mathbf{m}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{X}, \quad \mathbf{Ma} + \mathbf{K}(\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}})\mathbf{u} + \mathbf{Gp} = \mathbf{f} \qquad (1), (2)$$

ここで $\mathbf{m}$ は質量マトリックス，$\boldsymbol{\alpha}$ は物体重心加速度のベクトル，$\mathbf{X}$ は物体の重心に作用する力のベクトルで，空気力と重力からなる。なお，球の回転運動は無視した．また，$\mathbf{a}, \mathbf{u}, \mathbf{p}$，$\mathbf{f}$ はそれぞれ流体の節点加速度，節点流速，節点圧力および境界力のベクトルである。ベクトル $\hat{\mathbf{u}}$ は ALE 法の節点メッシュ速度ベクトルである。マトリックス $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{G}$ は VMS 法の安定化マトリックスを含んでいる。

式 (1) と式 (2) において, 物体表面上の節点変数と物体に関する変数の間には，$\mathbf{u} = \mathbf{T}^{\mathrm{t}}\boldsymbol{\nu}$，$\mathbf{X} = \mathbf{Tf}$ の関係がある。ここで $\mathbf{T}$ は物体形状によって決まる変換マトリックス，$\boldsymbol{\nu}$ は物体の速度ベクトルである。

式 (1) の時間積分には Newmark β 法を適用し，式(2) の時間積分には一般化 α 法[3)] を適用する。いずれも予測子・修正子形式とする。連成解析は 1 つの時間積分ステップにおいて修正子を 2 回反復する staggered 形式を用いた[1)]。

３．解析条件

Fig.1 は本解析で用いた有限要素メッシュで，節点数は 4122，要素数は 3584 である。4 つの鉛直面は slip 条件, 上端の水平面は traction free 条件，落下した球が衝突する底面（下端の水平面）は no slip 条件とした。Fig.2 は ALE 法におけるメッシュ変形パターンで，球の上昇・下降にともなって解析領域の下半分のメッシュを変形させる。

解析に与えた数値は球の直径 $D = 2$ cm，質量$m = 100$ g，重力加速度 $g = 9.8\ \mathrm{cm/s^2}$ ，空気密度 $\rho_a = 1.225 \times 10^{-3}\ \mathrm{g/cm^3}$，および球と空気の密度$\rho_b$の比$\beta = \rho_b/\rho_a = 2$である。Fig.1 の小規模な解析メッシュでも解析ができるように，球の空気に対する密度比を小さくし，重力加速度に架空の小さな値を与えた。これらの条件のもと，初速ゼロで球を自由落下させた．

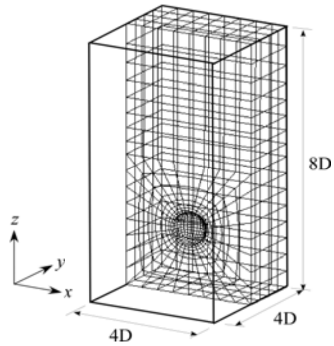

Fig.1　Finite element　mesh.

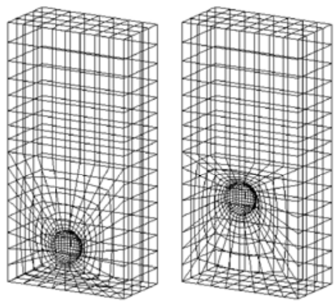
Fig.2　Mesh deformation pattern.

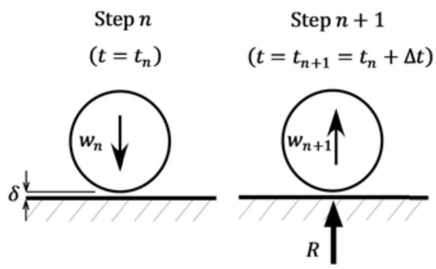

Fig.3　Time steps of the impact process.

キーワード　構造流体連成解析，ALE 法，球の自由落下，衝撃力
連絡先　〒101-8308　東京都千代田区神田駿河台 1-8-14　日本大学理工学部土木工学科　TEL 03-3259-0411

４．反発時の計算過程

落下した球が底面に衝突し反発する過程の基本的な計算過程を以下のように構成した（Fig.3）。

① 球と底面との間の距離が予め設定した距離 $\delta = D/100$ 未満になったとき，球が底面に衝突したものとみなす。このステップを Fig.3 のStep nとする。

② Step n の次のステップ Step $n+1$（時刻 t_n から $t_{n+1}(=t_n+\Delta t)$ への計算）のときに底面からの反力 R を球に作用させる。

③ Step $n+1$ の球の鉛直速度 w_{n+1} が予め設定した値 $\bar{w}$ になるまで，反力 R の値を変えて Step $n+1$ の計算を繰り返す。

反力 R の初期値 R_0 には, 運動量と力積の関係から完全弾性衝突を仮定して得られる次式(3)で与えた。

$$R_0 = \frac{m \times 2w_n}{\delta_t} \approx \frac{m \times 2w_n}{\Delta t} \qquad (3)$$

ここでδ_t は球と底面が接している微小な時間で，本研究ではこれを時間積分間隔 Δt で置き換えた。

<u>計算過程[1]</u>　$\bar{w} = -w_n$ とした場合

Step $n+1$ の球の鉛直速度 $w_{n+1} = \bar{w} = -w_n$ の条件を与えて計算したところ，Fig.4 の拡大図に示すように $w_{n+1} = -w_n$ にはなったものの，その次のStep $n+2$ でさらに大きな鉛直速度 w_{n+2} になった。このときの球の鉛直変位を Fig.5 に示すが，底面に衝突して跳ね返ったあとの球は，初期位置を超えて上昇してしまう結果となった。

<u>計算過程[2]</u>　$\bar{w} = 0$ とした場合

この結果を踏まえ，Step $n+1$ の球の鉛直速度 $w_{n+1} = \bar{w}$ の条件を $\bar{w} = 0$ とすべきであろう，と考えて計算をした。その結果，球の鉛直速度は $w_{n+1} = 0$ を経てほぼ $w_{n+2} = -w_n$ となり，その後減少した。Fig.5 に示すように鉛直変位も初期位置まで上昇したあと降下に転じており，妥当な結果であるといえる。

底面での最初の衝突時の反力Rの値と式(3)で与えた初期値R_0との比 εを表 1 に示す．時間積分間隔 Δt を半分にすると反力 Rの値は倍になった。したがって本解析で評価できるのは，衝撃力の値ではなく，その力積であるといえる。

Fig.6 に最初の衝突前後の流線を示す。

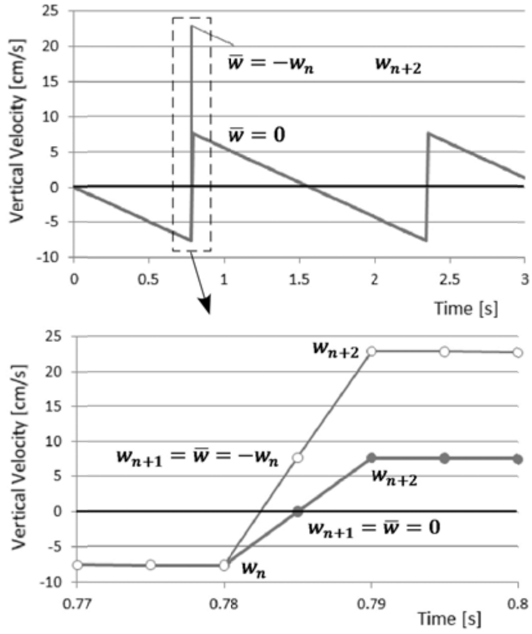

Fig.4　Time histories of vertical velocity.

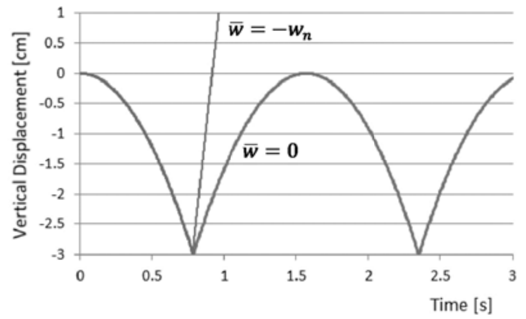

Fig.5　Time histories of vertical displacement.

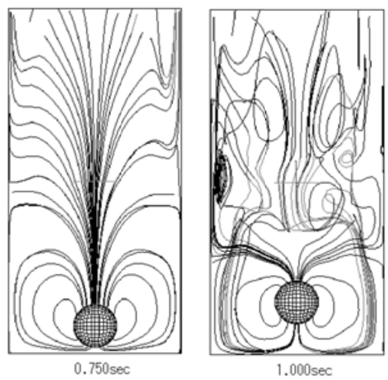

Fig.6　Streamlines before/after impact.

Table 1. Computed impact force.

Δt	衝突時の反力 R	$\varepsilon = R/R_0$
0.0050 s	306,708 $\mathrm{g\,cm/s^2}$	0.998
0.0025 s	612,438 $\mathrm{g\,cm/s^2}$	0.997

参考文献

1) 野村卓史，本橋拓磨：空気中を落下する球の数値流体解析，第 23 回風工学会シンポジウム論文集，pp. 481-486, (2014)． 2)日本計算工学会流れの有限要素法研究委員会編：続・有限要素法による流れのシミュレーション，第 9 章，丸善出版, (2012). 3) Nomura, T. and Hughes, T.J.R., An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for interaction of fluid and a rigid body, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.95, pp.115-138, (1992).