

LES を用いた安定化有限要素法に基づく自由表面流れ解析の精度検証

中央大学大学院 学生員 ○ 太田 真貴子
中央大学大学院 学生員 凌 国明
中央大学 正会員 櫻山 和男

1. はじめに

沿岸地域では、今後も津波による浸水被害に加えて構造物の損傷による被害が予想されており、津波が構造物に及ぼす挙動を正確に把握することは防災・減災の観点から重要であるといえる。その方法として、任意形状への適合性に優れる有限要素法を導入することは有効であるといえる。また、津波は乱流現象であり、Sub Grid Scale(SGS) の渦の作用を乱流モデルにより近似する Smagorinsky モデル¹⁾に基づく LES を導入することは有効な手段であるといえる。

そこで、本論文では LES に基づく安定化有限要素法²⁾を用いた自由表面流れ解析手法を取り上げ、構造物に働く流体力を計算することにより、その精度検証を行う。数値解析例として、構造物を有する 3 次元ダムブレイク問題を取り上げ、計算値と実験値の比較、LES の有無による計算値の比較と壁面と構造物周りでの境界条件の違いによる計算値の比較を行う。自由表面を表現する手法として、界面捕捉法の一つである VOF 法を用いる。

2. 数値解析手法

(1) 密度・粘性係数の計算

VOF 法は、自由表面位置を VOF 関数 ϕ により表現する手法であり、VOF 関数 ϕ は、気体であれば 0.0、液体であれば 1.0、自由表面上であれば 0.5 の値をとる。気体、液体の密度 ρ と粘性係数 μ は以下の式で表される。

$$\rho = \rho_l \phi + \rho_g (1 - \phi) \quad (1)$$

$$\mu = \mu_l \phi + \mu_g (1 - \phi) \quad (2)$$

ここで、 ρ_l 、 ρ_g 、 μ_l 、 μ_g はそれぞれ液体の密度、気体の密度、液体の粘性係数、気体の粘性係数である。

(2) 流速・圧力の計算

非圧縮性粘性流体の支配方程式は、以下に示すフィルター操作を施した Grid Scale(GS) の Navier-Stokes 方程式 (3) と連続式 (4) で表される。

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - f_i \right) + \rho \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (4)$$

ここで、 Ω は境界 Γ で囲まれた解析領域、 $\bar{u}_i$ 、 $\bar{p}$ 、 f_i はそれぞれ流速、圧力、物体力である。密度と粘性係数は、VOF 関数を用いた式 (1) と (2) から計算した値を用いる。

また、 τ_{ij} は SGS 応力であり、SGS の乱れによる GS の流れ場への影響は、 τ_{ij} を通じて GS の運動方程式に組み込

まれる。SGS 応力は、Smagorinsky モデルを用いて以下のようにモデル化される。

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j = -2\nu_{SGS} \bar{S}_{ij} \quad (5)$$

$$\nu_{SGS} = (C_S \Delta f)^2 \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (6)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

ここで、 ν_{SGS} 、 $\bar{S}_{ij}$ 、 C_S は SGS 渦動粘性係数、ひずみ速度テンソルの GS 成分、Smagorinsky 定数である。 Δ はフィルター幅であり、要素体積の 3 乗根とする。 f は van Driest の減衰関数であり、速度勾配が大きい壁面近傍における値の過剰評価を防ぐために、フィルター幅に乗じて補正を行う。支配方程式 (3)、(4) に対し、空間方向の離散化には SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限要素法を適用し、時間方向の離散化には Crank-Nicolson 法を適用する。

(3) 自由表面位置の計算

VOF 関数は、移流方程式 (8) により支配される。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (8)$$

ここで、流速 $\bar{u}_i$ は Navier-Stokes 方程式 (3) と連続式 (4) から計算した値を用いる。支配方程式 (8) に対し、空間方向の離散化には SUPG 法に基づく安定化有限要素法を適用し、数値安定性を向上させるために衝撃捕捉項を付加する。また、時間方向の離散化には Crank-Nicolson 法を適用する。そして、拡散の効果から界面付近の鋭敏化が保たれない場合があるため、VOF 関数の値を補正する界面鋭敏化/体積保存手法³⁾を導入する。

(4) 流体力の計算

支配方程式 (3)、(4) に対し、重み付き残差法を適用し、圧力項と粘性項に対して部分積分を施すことにより、以下の弱形式が得られる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega^0} w_i^h \rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i^h}{\partial t} + \bar{u}_j^h \frac{\partial \bar{u}_i^h}{\partial x_j} - f_i \right) d\Omega - \int_{\Omega^0} \frac{\partial w_i^h}{\partial x_i} \bar{p}^h d\Omega \\ & + \int_{\Omega^0} q^h \frac{\partial \bar{u}_i^h}{\partial x_i} d\Omega + \int_{\Omega^0} \frac{\partial w_i^h}{\partial x_j} 2(\mu + \rho \nu_{SGS}) \bar{S}_{ij} \\ & = \int_{\Gamma_{in}} w_i^h \left(-\bar{p} \delta_{ij} + 2(\mu + \rho \nu_{SGS}) \bar{S}_{ij} \right) n_j d\Gamma \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 Ω^0 と Γ_{in} は、構造物周りの領域と境界を表す。 Γ_{in} 上の重み係数をゼロとしない場合を考えると、右辺の積分項そのものが構造物に働く流体力となる。計算された流速と圧力を、式 (9) に代入することにより、構造物に働く流体力が求められる。

KeyWords: LES, 安定化有限要素法, VOF 法, 流体力, Smagorinsky モデル

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL. 03-3817-1815

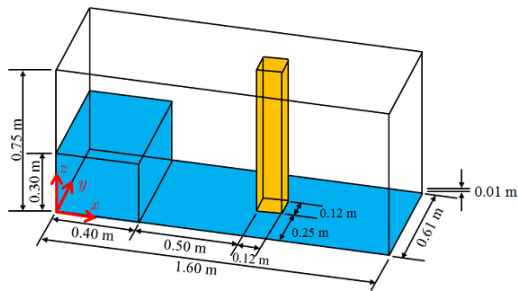
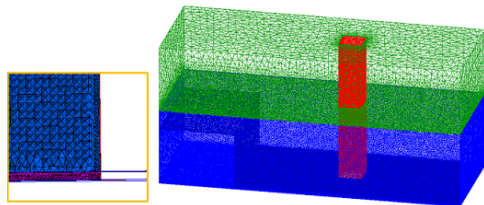


図-1 解析モデル



(a) 底面と構造物周辺 (b) 解析領域全体

図-2 解析メッシュ図

3. 数値解析例

数値解析例として、図-1に示すような構造物を有する3次元ダムブレイク問題を取り上げ、構造物に作用する流体力を計算し、実験値⁴⁾との比較を行う。

(1) 解析条件

解析メッシュは、図-2に示すように底面と構造物周辺を細かくした節点数1,224,746,要素数7,029,070,最小メッシュ幅 1.27×10^{-3} mの四面体メッシュを用いる。境界条件として、壁面と構造物周りにSlip条件またはNon-slip条件を与える。微小時間増分量は、0.001 s, Smagorinsky定数は、0.10とする。

(2) 解析結果

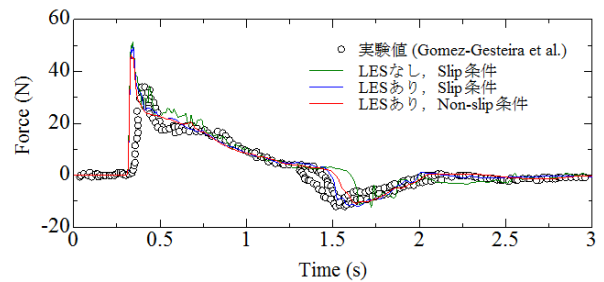
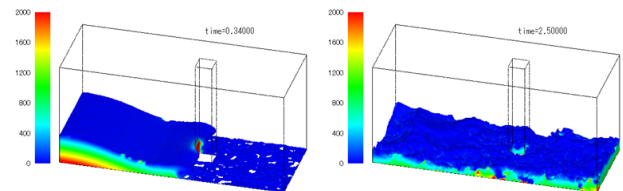
図-3に、構造物に働く x 方向の流体力の時刻歴を示す。Slip条件の場合において、LESを導入した計算値は、LESを導入しない計算値と比較すると、実験値に近い値が得られ振動が小さくなる結果が得られた。また、Non-slip条件の流体力の時刻歴は、Slip条件の流体力の時刻歴より遅れる結果が得られた。

図-4に、 $t = 0.34$ s, $t = 2.50$ sにおける自由表面形状と圧力分布の計算結果を示す。LESの導入により、水面の振動が小さくなる結果が得られた。また、Non-slip条件の計算結果は、Slip条件の計算結果と比べて、水面の振動が小さくなり、水流先端位置に遅れが生じる結果が得られた。

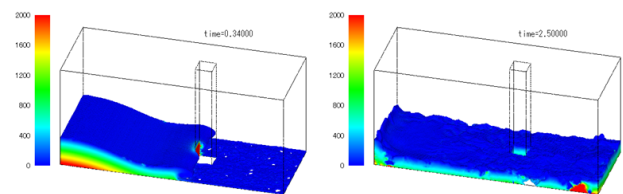
4. おわりに

本論文では、LESを用いた安定化有限要素法による自由表面流れの解析手法に着目し、構造物に作用する流体力を計算した結果、以下の結論を得た。

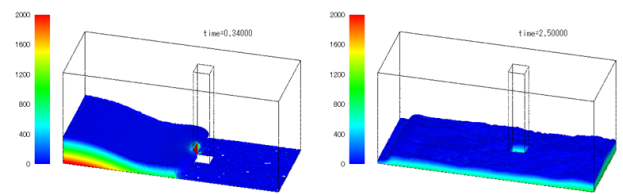
- LESの有無による計算結果の比較において、LESの導入により水面振動が小さくなり、流体力の計算値は実験値に近い結果が得られた。
- 境界条件の違いによる計算結果の比較において、Non-

図-3 構造物に働く x 方向の流体力の時刻歴

(a) LES なし, Slip 条件



(b) LES あり, Slip 条件



(c) LES あり, Non-slip 条件

図-4 $t = 0.34$ s, $t = 2.50$ sにおける自由表面形状と圧力分布

slip条件の計算結果は、Slip条件より流体力の時刻歴に遅れが生じ、水面振動は小さくなった。

今後は、流体-構造連成解析手法の導入について検討を行う予定である。

参考文献

- 1) Smagorinsky, J.: General circulation experiments with the primitive equations, *Monthly Weather Review*, Vol.91, 3, pp.99-164, 1963.
- 2) 桜庭雅明, 弘崎聡, 櫻山和男: 自由表面流れ解析のためのCIVA/VOF法に基づく高精度界面捕捉法の構築, 応用力学論文集, Vol.6, pp.215-222, 2003.
- 3) Aliabadi, S. and Tezduyar, T.E.: Stabilized-finite-element/interface-capturing technique for parallel computation of unsteady flows with interface, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.190, 3-4, pp.243-261, 2000.
- 4) Gomez-Gesteira, M. and Dalrymple, R.A.: Using a three-dimensional smoothed particle hydrodynamics method for wave impact on a tall structure, *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol.130, pp.63-69, 2004.