

周期長の異なる複合材層の波動透過解析手法

新潟大学大学院自然科学研究科 学生員 筧 拓哉
 新潟大学工学部建設学科 正会員 阿部 和久
 新潟大学大学院自然科学研究科 正会員 紅露 一寛
 新潟大学災害・復興科学研究所 正会員 Pher Errol Balde QUINAY

1. はじめに

周期構造内を伝播する波動には、入射波が透過し得る周波数帯(パスバンド)と遮蔽される周波数帯(ストップバンド)が存在することが知られている。この特性の利用方法として、例えば、防振杭を地中に周期的に配置することで、交通振動の低減効果を高める方法¹⁾や、柱を遮音壁の代わりに周期的に配置することで、遮音性能を満たしつつ、圧迫感の低減を図る方法²⁾などが考えられる。

しかし、既往の研究では単一の周期長で与えられる構造のみを対象とした議論しかなされていない。異なる周期長の積層体を考えた時、それぞれの周期長ごとに異なる周波数帯にストップバンド(バンドギャップ)が存在し、これらを組み合わせることでバンドギャップを大幅に広げることが可能であると考えられる。そこで本研究では、異なる周期長で与えられる部分構造の積層体を対象とした新たな波動透過解析手法の構築を試みる。

2. 問題設定と解析手法

本研究では、図1の様な水平周期長 L_1 で与えられる周期層 Ω_1 と、 L_2 で与えられる Ω_2 とが境界 Γ で接合されている周期構造物を上下均質場の間に挿入し、下半無限場 Ω_D から入射角 θ で平面波 u^I が入射する問題を考える。ただし、 $L = n_1 L_1 = n_2 L_2$ であり、 n_1 と n_2 は1以外に公約数を持たない自然数とし、周期層と均質場との境界をそれぞれ Γ_1 、 Γ_2 とする。また、周期構造物は x_1 軸方向には区間 L ごとに同じ構造が無限に連続するが、 x_2 軸方向には複数段から成る有限の厚さを有しているものとする。

本問題を解くに当り、図2の様に3つの問題に分解する。

- ・問題1: Ω_1 に u^I が入射する自由表面問題
- ・問題2: Ω_1 の境界 を表面力 p で加振する問題
- ・問題3: Ω_2 の境界 を表面力 $-p$ で加振する問題

問題1, 2, 3の境界 上の変位をそれぞれ u^f , u_1 , u_2 とおくと、次の適合条件が課せられる。

$$u^f + u_1 = u_2 \quad (1)$$

対象とする上・下半無限場の問題は、従来手法³⁾に基づき、共通の周期長 L で与えられる大きなユニットセルの問題として解くことが可能であるが、計算負荷が増大するため、各

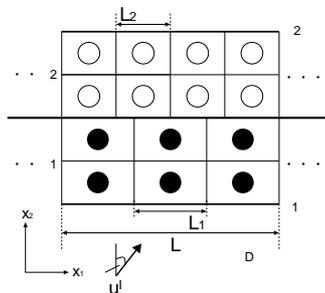


図1 解析対象

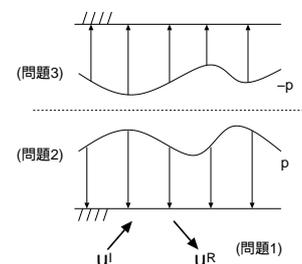


図2 問題の分離

周期層の L_1, L_2 で与えられるユニットセルに基づいて解く方法を構成する。

周期層 Ω_1 を例に考える。上半無限場との共通の周期長 L の下、解は Floquet 原理により次式をみ出す。

$$u(x + L) = e^{-ikL} u(x) \quad (0 \leq x < L) \quad (2)$$

k は入射波より規定される水平方向波数である。

また、式(2)を前提として当該構造の周期長 L_1 に関する Floquet 変換 \hat{u} を求めると、次式を得る。

$$\hat{u}(\tilde{x}, \kappa) = \frac{2\pi}{n_1 L_1} \delta_{\frac{2\pi}{n_1 L_1}}(\kappa - k) \hat{u}(\tilde{x}, \kappa) \quad (3)$$

ここで、 κ は Floquet 波数、 $\delta_{2\pi/n_1 L_1}$ は周期長 $2\pi/n_1 L_1$ の周期デルタ関数である。また、 \hat{u} は次式で与えられる。

$$\hat{u}(\tilde{x}, \kappa) = \sum_{j=0}^{n_1-1} u(\tilde{x} + jL_1) e^{ij\kappa L_1} \quad (4)$$

式(3)の逆 Floquet 変換は次式で与えられる。

$$u(\tilde{x} + mL_1) = \frac{1}{n_1} e^{-im\kappa L_1} \sum_{j=0}^{n_1-1} \hat{u}(\tilde{x}, k + \frac{2\pi}{n_1 L_1} j) e^{-i\frac{2\pi}{n_1} mj} \quad (5)$$

式(4)より、当該問題は $\kappa = k + \frac{2\pi}{n_1 L_1} j$ ($j = 0, \dots, n_1 - 1$) となる離散波数点毎の Floquet 解析の総和によって解くことができる。

境界 Γ 上の単位加振より、 Ω_1, Ω_2 毎に Γ 上の接触力 $\{f\}$ と節点変位 $\{u\}$ の関係を与えるコンプライアンス行列 $[U^*]$ を作成し、以下の様に定義する。

$$\{u_i\} = [U_i^*] \{f_i\} \quad (i = 1, 2) \quad (6)$$

式(4)より,当該問題は1ユニットの加振応答 \hat{u} を求める問題に帰着する. 式(5)を(1)に代入すると, Γ 上の接触力 $\{p\}$ について次の求解方程式を得る.

$$[U_1^* + U_2^*]\{p\} = -\{u^f\} \quad (7)$$

式(6)を解いた後, Γ_2 上の節点変位, 節点力を求めることで透過率を算出することができる³⁾.

3. 解析例

解析例として, 比較的大きなバンドギャップを有する周期構造として, 母材をエポキシ樹脂, 円形介在物を鉛の複合材と設定し⁴⁾, 介在物の質量密度, せん断剛性を母材との比をそれぞれ 9.6, 3.5, 母材, 介在物のポアソン比を 0.37, 0.44 とした. また $L_1 = 4/3L_2$ として, 各ユニットセルを図 3-1, 2 の様に設定した. また, 横波入射波を対象とし, $\theta = 0^\circ$ (鉛直入射) とした.

図 6 の第 1 Brillouin Zone 境界に沿って頂点 Γ -X-M- Γ の順に各周期場の分散曲線を求めたものを図 4-1, 2 に示す. ここで, $\bar{\omega} = L_2\omega/C_T$ である (ω :円振動数, C_T :母材横波伝播速度).

図 4-1 より, モード M_1, M_3 は横波, M_2 は縦波の伝播モードに対応していることがわかる. Ω_1 では, $2.7 \leq \bar{\omega} \leq 3.6$ において, 伝播モードが全く存在しない完全なバンドギャップが確認でき, また M_1 と M_3 の間には横波の伝播モードに対応するバンドギャップ Z_1 が存在する. 同様に, Ω_2 に対応する図 4-2 では, $3.7 \leq \bar{\omega} \leq 4.8$ の範囲に完全なバンドギャップが存在し, $1.6 \leq \bar{\omega} \leq 3.0$ にバンドギャップ Z_2 が位置している.

Ω_1 および Ω_2 のいずれか 2 層から成る単一周期層の波動透過率を, それぞれ図 5-1, 2 に示す. 図 5-1 では $\bar{\omega} \geq 1.3$, 図 5-2 では $\bar{\omega} \geq 1.6$ から透過率が低下し始めている. この値は Z_1, Z_2 の下端の周波数に対応しており, Z_1, Z_2 の周波数領域において遮蔽されたものと考えられる. またそれぞれ最初の透過率低下域での極小値は, バンドギャップ下端周波数に位置している. 次に Ω_1, Ω_2 を各 1 層積層した場合と, 2 層ずつとした場合の透過率を図 7 に示す. 図 5-1, 2 に示した両周期構造の特性を合わせ持ち, 広い周波数域で遮蔽性能を有していることが確かめられる.

4. おわりに

本研究では, 周期長の異なる周期層を積層した問題を対象に, 具体的解析手法を構成した. 異なる周波数帯にバンドギャップを有する周期層を積層することで, バンドギャップをより広くとることができ, 効率的に波動を遮蔽可能であることを確認した.

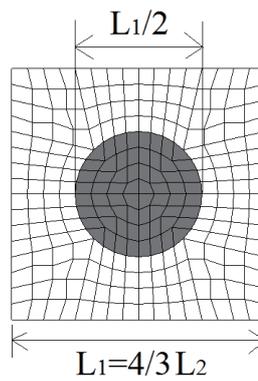


図 3-1 Ω_1 のユニットセル

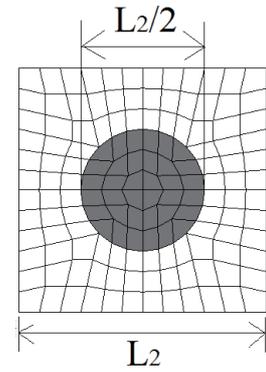


図 3-2 Ω_2 のユニットセル

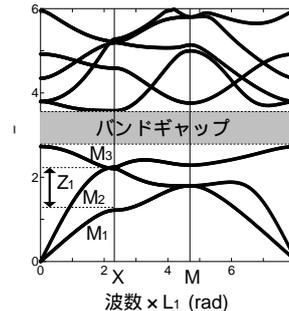


図 4-1 Ω_1 の分散曲線

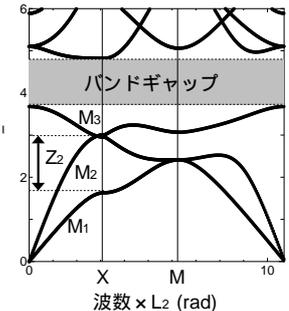


図 4-2 Ω_2 の分散曲線

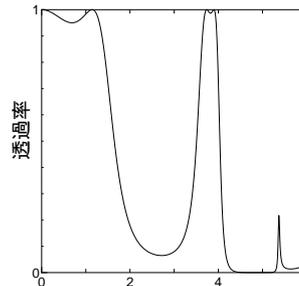


図 5-1 Ω_1 2層での透過率

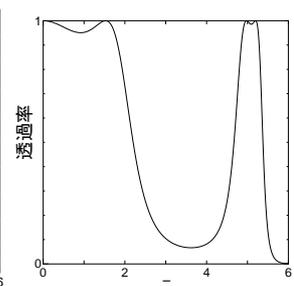


図 5-2 Ω_2 2層での透過率

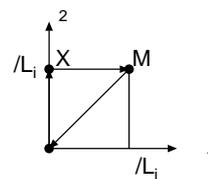


図 6 波数空間の
評価点

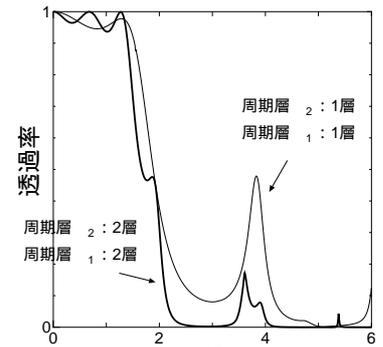


図 7 Ω_1, Ω_2 積層時の透過率

参考文献

- 1) 阿部, 荒木, 紅露: 二重周期弾性場の有限要素表面波分散解析, 応用力学論文集 Vol.14, L905-L913, 2011.
- 2) Umnova, O., Attenborough, K. and Linton, C.M.: Effects of porous covering on sound attenuation by periodic arrays of cylinders, J. Acoust. Soc. Am., Vol.119, No.1, 278-284, 2006.
- 3) 阿部, 中山, 紅露: 中間層を有する周期複合材の弾性波動解析, 応用力学論文集 Vol.13, pp1041-1048, 2010.
- 4) 阿部, 本間, 紅露: 一部に欠陥を有する二次元周期場の動弾性解析, 応用力学論文集 Vol.15, L823-L831, 2012.