

インフラ維持管理における動学的リスク評価

東京大学 学生会員 ○大澤遼一
東京大学 正会員 本田利器

1. はじめに

土木構造物の維持管理計画の策定は、期待ライフサイクルコスト最小化に代表される、効率性の観点に基づいて実施されてきた。計画時には、管理者が実施する、対策の優先順位付けを想定する必要がある。効率性の観点での計画立案の場合、対策の優先順位付けも効率性の観点でなされると想定することとなる。

しかし、優先順位付けなどの各時点での意思決定においては、長期的な効率性の向上よりも、差し迫った事故発生リスクの低減が重視される。計画立案時に、このことを考慮していないことは、計画の実効性の低下につながっている可能性がある。そのため、管理者が各時点でリスクの低減を重視した意思決定を行っていることを考慮した計画手法が必要である。

著者らは、リスクの低減を目指した意思決定を計画時に考慮するために、維持管理で用いるリスク評価の要件の検討を行い、点検精度など管理者が実施する維持管理に応じて、リスクの Tail 部の性質が変化するため、その性質の変化を捉えて評価できる Conditional Value at Risk などの Risk Measure(リスク指標)を用いて評価する必要性を指摘した¹⁾。この指標は、対象とする期間を単一期間として扱ういわば静的なものであった。

しかし、インフラの維持管理において、管理者は各時点で逐次的にリスクを評価し意思決定している。対象期間を単一期間とした扱う 1 期間リスク指標を用いて計画を立案しても、その後の各時点でリスクの低減を図る意思決定がなされることにより、当初の想定とは異なるものとなりうる。このように逐次的にリスクを考慮する際には、time-consistency(時間的整合性)を有する評価指標を用いる必要性が指摘されている²⁾。

2. 時間的整合性を有するリスク指標

金融工学で、リスクの期待値や分散だけでなく、リスクの Tail 部の性質を捉えて評価する際には Value at Risk(VaR, 式(1))や Conditional VaR(CVaR, 式(2))等が用いられている

$$\text{VaR}_{1-\alpha}(X) = \inf_{k \in \mathbb{R}} \{k : F_X(k) \geq 1 - \alpha\} \quad (1)$$

$$\text{CVaR}_{1-\alpha}(X) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \text{VaR}_{1-k}(X) dk \quad (2)$$

これらは、いずれも 1 期間リスク指標であり、時間的整合性を有しない²⁾ため、そのまま動的な問題に適用できない。

なお、時点 t において確率変数 X を評価するリスク指標 $\rho_t(X)$ が時間的整合性を有するとは、対象とする期間内の任意の 2 時点 $t, t + \theta$ ($\theta \geq 0$) について、

$$\rho_{t+\theta}(X) \leq \rho_{t+\theta}(Y) \Rightarrow \rho_t(X) \leq \rho_t(Y) \quad (3)$$

が成立することである。つまり、将来の時点 $t + \theta$ において優位と評価されることになる戦略を、 t においても優位と評価することができるということであり、各時点での意思決定を考慮した計画を策定するときには必要な性質である。

これを満たす指標の 1 つに Iterated Risk Measure(繰り返しリスク指標)²⁾が挙げられる。これは 1 期間リスク指標 ρ_t を、式(4)に示すように繰り返し用いる指標である。

$$\begin{aligned} I\rho_{t,T}(X_t, \dots, X_T) \\ = \rho_t(\rho_{t+1}(\dots(\rho_{T-1}(X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_T) \dots))) \end{aligned} \quad (4)$$

この Iterated Risk Measure を用いることで、維持管理計画の策定において、将来時点におけるリスク管理の意思決定の影響も考慮したリスクの定量的評価が可能となると考えられる。

3. 数値例による時間的整合性の検証

本節では、インフラ維持管理を模したマルコフ決定過程の問題について、繰り返しリスク指標を用いた場合と 1 期間リスク指標を用いた場合とを比較し、それぞれの時間的整合性について論じる。

(1) 数値例の設定

インフラ維持管理の問題を簡易的に模した数値例として、以下のような問題を設定する。

- 構造物：A と B の 2 種類とする。A は相対的に事故の発生確率は小さいが起きたときの被害が大きい。
- 状態：管理者が保有する構造物全体は、状態 1(A が多い)、状態 2(A と B が同程度)、状態 3(B が多い) の 3 状態を取りうる。初期状態は 2 とする。
- 行動：管理者は行動 1, 2 の 2 つから 1 つを選ぶ。行動 1 は A を、行動 2 は B を多く補修する。行動にかかるコストは同じとする。
- 時間発展：状態 s の時に行動 a を実行した次の時点での状態が s' となる確率を遷移行列 $P_{ss'}^a$ (式(5)) で表す。

表-1 各リスク指標による最適解

β の範囲	1 期間リスク指標 (式 (7))		繰り返しリスク指標 (式 (8))		$t = 2$ での評価 (式 (6))
	$\pi_0(2)$	$(\pi_1(1), \pi_1(2), \pi_1(3))$	$\pi_0(2)$	$(\pi_1(1), \pi_1(2), \pi_1(3))$	$(\pi_1(1), \pi_1(2), \pi_1(3))$
$0 \leq \beta < 0.201$	1	(1,1,1)	1	(1,1,1)	(1,1,1)
$0.201 \leq \beta < 0.767$	1	(1,1,1)	1	(2,1,1)	(2,1,1)
$0.767 \leq \beta < 0.810$	1	(1,1,2)	1	(2,1,1)	(2,1,1)
$0.810 \leq \beta < 0.839$	2	(1,2,2)	1	(2,1,1)	(2,1,1)
$0.839 \leq \beta < 0.862$	2	(2,2,2)	1	(2,1,1)	(2,1,1)
$0.862 \leq \beta < 0.876$	2	(2,2,2)	2	(2,1,1)	(2,1,1)
$0.876 \leq \beta \leq 1$	2	(2,2,2)	2	(2,2,2)	(2,2,2)

$$P_{ss'}^1 = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \\ 0.1 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}, P_{ss'}^2 = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{pmatrix} \quad (5)$$

- リスク：事故などが発生する確率や被害の大きさは将来の状態に依存する。今回用いた数値を表-2 に示す。

表-2 リスク事象の発生確率

事故発生時の被害額	1	2	3
3	0.1	0.2	0.3
10	0.05	0.03	0.01

- 政策：時点 t 、状態 s の時実行する行動を $\pi_t(s)$ とする。初期時点を $t = 0$ とし、 $t = 2$ まで維持管理を行う。

(2) 各リスク指標に基づく最適解の導出

補修に要するコストが同じであることから、管理者はよりリスクが低い施策を実行すると考えられる。ここでは管理者が、事故が発生した際の被害額の期待値と $CVaR_{0.8}$ による評価値の合計値を低減するような維持管理を実行する場合を考える。この際、期待値と $CVaR$ の評価値をどの程度ずつ考慮するかを示すパラメータを β とする。この値が小さいほど、管理者は Tail Risk を回避する傾向が強いことを示す。このリスク指標を $M-CVaR_{0.8}$ とする。時点 t における事故発生時の被害額の確率変数を X_t とすると、 $t = 1$ から最適な $t = 2$ での最適な計画を求めるとき、

$$\begin{aligned} \min_{\pi_1} M-CVaR_{0.8}(X_2) \\ = \min_{\pi_1} \{ \beta E[X_2] + (1 - \beta) CVaR_{0.8}(X_2) \} \end{aligned} \quad (6)$$

に従い最適な計画を求めることとなる。

$t = 0$ 時点で 1 期間リスク指標を用いて最適な計画を求める時は式 (7)、繰り返しリスク指標を用いる時は式 (8) に従い、最適解を求めることが出来る。

$$\min_{\pi_0, \pi_1} \{ M-CVaR_{0.8}(X_1) + M-CVaR_{0.8}(X_2) \} \quad (7)$$

$$\min_{\pi_0, \pi_1} M-CVaR_{0.8}(X_1 + M-CVaR_{0.8}(X_2)) \quad (8)$$

これらの計画と、式 (6) により求まる $t = 1$ での意思決定とを比較した。

各指標に基づき求められた、各 β に対応する最適な計画を表-1 に示す。1 期間リスク指標により求められた π_1 と、 $t = 1$ 時点から評価した π_1 との間に複数の齟齬がある。これは、1 期間リスク指標に基づく意思決定において、時間的不整合が発生していることを意味する。一方、繰り返しリスク指標について、齟齬は発生していない。例えば $\beta = 0.85$ の時、1 期間リスク指標を用いると $t = 1$ 時点で $\pi_1 = (2, 2, 2)$ を実行すると想定し $t = 0$ で行動 2 を実施する。しかし、 $t = 1$ 時点での行動は $\pi_1 = (2, 1, 1)$ が最適解である。 $t = 1$ 時点での行動を考慮すると、 $t = 0$ 時点では行動 1 を取ることが最適となる。このように、インフラ維持管理において、繰り返しリスク指標を用いることで、各時点でリスクを最小化するような計画を導出できることが示された。

4. おわりに

インフラ維持管理で用いるリスク評価手法について、将来における意思決定の影響を考慮することの重要性を示し、そのために必要となる時間的整合性を有する指標として、繰り返しリスク指標の利用を提案した。仮想的な維持管理の数値例に適用し、時間的整合性を確認するとともに、各時点でリスク最小を図るという意思決定の影響を踏まえた計画を導くことが出来ることを示した。今後は、維持管理の計画時に上記手法を用いるために、モデル化の精緻化や最適化手法などについての検討を行う。

参考文献

- 1) 大澤遼一, 本田利器: 管理者行動の影響を考慮したインフラ維持管理計画の危険性評価, 土木学会全国大会第 69 回年次学術講演会講演概要集, CD-ROM, 2014.
- 2) Hardy, M. R., and Wirch, J. L.: The iterated CTE: a dynamic risk measure, *North American Actuarial Journal*, Vol.8, Issue.4, pp.62-75, 2004.