

ヴァイン・コピュラを用いた多元的評価を目的とする相関構造の分析

京都大学経営管理大学院 学生会員 ○堀 舜揮
大阪大学大学院 正会員 小濱 健吾

大阪大学大学院 学生会員 水谷 大二郎
大阪大学大学院 正会員 貝戸 清之

1. はじめに

社会基盤施設には、複数の劣化事象が発現する施設が多く存在する．このような社会基盤施設の維持管理施策の立案を考えた場合、単一の劣化事象からのみではなく、複数の劣化事象を多元的に考慮した総合評価を行う必要がある．そこで本研究では、各劣化事象間の相関構造を、ヴァイン・コピュラを用いて多元的劣化過程モデルとして定式化する．

2. ヴァイン・コピュラによる多元的劣化過程モデル

本研究では、混合マルコフ劣化ハザードモデル¹⁾により、劣化事象 d ($d=1, \dots, D$) の劣化過程を記述する．さらに、劣化速度を表す異質性パラメータ ε_d の同時分布をヴァイン・コピュラにより表現する． D 種類の劣化事象の異質性パラメータの同時確率密度関数は、コピュラ $c(F_1(\varepsilon_1), \dots, F_D(\varepsilon_D))$ と異質性パラメータの周辺確率密度関数 $f_d(\varepsilon_d)$ を用いて、

$$f(\varepsilon) = c(F_1(\varepsilon_1), \dots, F_D(\varepsilon_D)) \cdot \prod_{d=1}^D f_d(\varepsilon_d) \quad \dots(1)$$

と表現できる．さらに、式(1)の D 種類の劣化事象の異質性パラメータの同時確率密度関数を、

$$f(\varepsilon) = f_1(\varepsilon_1) \cdot f_{2|1}(\varepsilon_2 | \varepsilon_1) \cdot f_{3|12}(\varepsilon_3 | \varepsilon_1, \varepsilon_2) \cdot \dots \cdot f_{D|12 \dots D-1}(\varepsilon_D | \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{D-1}) \quad \dots(2)$$

と分解する．ここで、式(2)に含まれる条件付き確率密度関数 $f_{2|1}(\varepsilon_2 | \varepsilon_1)$ は、

$$f_2(\varepsilon_2 | \varepsilon_1) = \frac{f_{12}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}{f_1(\varepsilon_1)} = c(F_1(\varepsilon_1), F_2(\varepsilon_2)) \cdot f_2(\varepsilon_2)$$

と定義する．このような式変形を繰り返すことで、多変量コピュラを2変量コピュラの積に分解することができる．本研究では、3.で後述するような劣化事象を考慮し、 $D=3$ とする． $D=3$ について条件付き確率密度関数を変形すると、3種類の劣化事象の異質性パラメータの同時確率密度関数は、

表-1 点検サンプル数

事後健全度	腐食	たるみ	不良発生率
1	69,317	69,583	21,599
2	2,043	6,775	15,161
3	5,628	630	40,228

$$f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) = c_1(F_1(\varepsilon_1), F_3(\varepsilon_3)) \cdot c_2(F_2(\varepsilon_2), F_3(\varepsilon_3)) \\ \cdot c_3(F_{1|3}(\varepsilon_1 | \varepsilon_3), F_{2|3}(\varepsilon_2 | \varepsilon_3)) \\ \cdot f_1(\varepsilon_1) \cdot f_2(\varepsilon_2) \cdot f_3(\varepsilon_3)$$

と表現できる．このようにして、式(1)のコピュラを $D(D-1)/2$ 個のコピュラに分解して掛け合わせたものをヴァイン・コピュラと呼ぶ．ヴァイン・コピュラの特徴の一つとして、既往研究²⁾で用いたアルキメディアン・コピュラでは、各劣化事象間の相関構造を全て同じ相関構造としてしか表現できなかったものを、ヴァイン・コピュラを用いて2変量コピュラに分解することによって、各劣化事象間の異なる相関構造を別個に表現できる点があげられる．

3. 適用事例

2.で定式化した多元的劣化過程モデルを下水道管渠の点検データに適用する．本研究で用いた点検データでは、下水道管渠に発現する劣化事象として、腐食、たるみ、不良発生率の3事象が観測されていた．腐食、たるみに関してはスパン単位で評価される．一方、不良発生率は管の破損、侵入水、油脂の付着といった劣化事象を管単位で評価した後、スパン単位に総合化した劣化指標である．表-1に、推計に用いた点検サンプル数を劣化事象ごとに示す．ただし、サンプルの事前健全度は全て1であった．また、異質性のグルーピングは下水道管渠を管理する10都市の事業者ごととした．

キーワード：下水道管渠、相関構造、コピュラ、ヴァイン・コピュラ、

連絡先：〒606-8501 京都大学経営管理大学院 u882259h@alumni.osaka-u.ac.jp

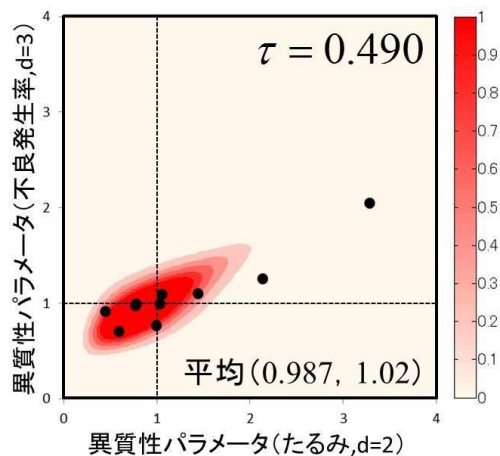


図-1 ヴァイン・コピュラを用いたモデルによる
異質性パラメータの散布図とその同時分布

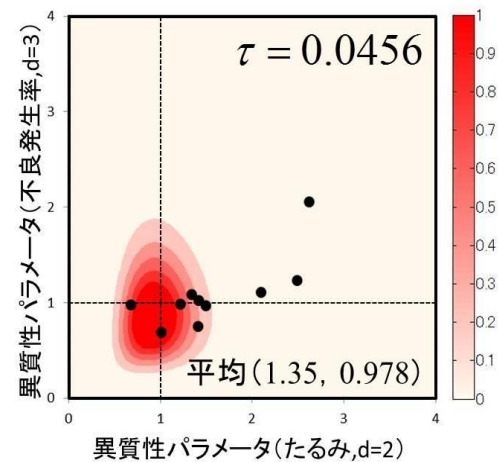


図-2 多変量コピュラを用いたモデルによる
異質性パラメータの散布図とその同時分布

4. 推計結果

ヴァイン・コピュラを用いた多元的劣化過程モデルでは、各劣化事象間の異なる相関構造を別個に表現することが可能である。各劣化事象間の相関構造の強弱は、推計されたコピュラのパラメータから得られる順位相関係数を用いて表現でき、値が大きいほど相関構造が強いと評価できる。図-1にたるみと不良発生率の異質性パラメータの散布図とその同時分布を示す。本研究では、たるみ-不良発生率間の順位相関係数が0.490で最大となり、相関構造がもっとも強いという結果が得られた。このように、提案モデルでは各劣化事象間の順位相関係数が異なる値を取り、各劣化事象間の相関構造をそれぞれ評価することができる。さらに、従来の多変量コピュラを用いた多元的劣化過程モデルと、ヴァイン・コピュラを用いた多元的劣化過程モデルとをAICを用いて比較した。図-2に多変量コピュラを用いたモデルの、たるみと不良発生率の異質性パラメータの散布図とその同時分布を示す。各モデルのAICの値は、多変量コピュラでは 2.53×10^5 、ヴァイン・コピュラでは 2.51×10^5 となり、提案モデルの方が低い値となった。このことから、ヴァイン・コピュラを用いたモデルの方が、統計的に優位であると言える。

【参考文献】

- 1) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 2) D. Mizutani, K. Kaito and K. Kobayashi: Multidimensional Deterioration Process by Copula Modeling, 10th Annual Inter-University Symposium on Infrastructure Management (AISIM10), CD-ROM, No.8, 2014.

さらに、それぞれの順位相関係数を比較すると多変量コピュラでは0.0456、ヴァイン・コピュラでは0.490となり、多変量コピュラでは相関構造を過小評価していたことが確認できた。また、異質性パラメータの平均値を比較すると、多変量コピュラでは平均(1.35, 0.978)、ヴァイン・コピュラでは平均(0.987, 1.02)といった値が得られた。異質性パラメータの値は1を平均としており、提案モデルの平均の方が1に近いことから、ヴァイン・コピュラモデルの方が優位であるといえる。このように、ヴァイン・コピュラを用いることにより、相関構造をより精緻に表現することができる。

5. おわりに

本研究では、ヴァイン・コピュラを用いた多元的劣化過程モデルにより、腐食、たるみ、不良発生率の各劣化事象間の劣化速度の相関構造を定量化した。さらに、多変量コピュラを用いた多元的劣化過程モデルと比較することにより、モデルの優位性を示した。また、今後の課題として、多様な社会基盤施設へと適用事例を拡大し、方法論の逐次改善を行うことが今後の課題として考えられる。