幾何学的非線形性を考慮した3次元 RBSM によるコンクリートのせん断軟化・膨張挙動の評価

名古屋大学大学院	学生会員	○伊佐治	優				
名古屋大学大学院	正会員	山本	佳士	中村	光	三浦	泰人

1. はじめに

コンクリート構造物の倒壊までを精度よく再現可能 な解析手法は、想定外作用に対する土木構造物の高度 な安全性の評価に大きく貢献するものと考えられる. 著者ら¹⁾は、コンクリートの各種応力下における軟化・ 局所化挙動ならびに構造部材のポストピーク応答を再 現できる剛体バネモデル(RBSM)をベースにした手法を 開発している. しかしながら, RBSM は一般的に微小 回転の仮定に基づいて定式化されているため、上記の 手法でも、構造物の倒壊等の大変位挙動までの再現は 困難である. そこで本研究では、大変位領域の挙動ま でを再現できるよう、軸性ベクトルによる有限回転マ トリクス²⁾を適用した 3 次元 RBSM の定式化を行い、 その妥当性の検証を行った.一方で, RBSM 等の離散 系の解析手法を用いたメゾスケール解析により、コン クリートの破壊挙動を評価する試みは多く行われてい るが、その多くが微小回転の仮定に基づいたモデルを 用いている.本研究では、さらに、提案手法を用いて コンクリートの2面せん断解析を行い、幾何学的非線 形性がせん断軟化・膨張挙動に与える影響も検証した.

2. 有限回転を考慮した RBSM の概要

RBSM は、対象を剛体要素とバネの集合体としてモ デル化し、要素間に分布するバネのエネルギーを評価 することにより、対象の力学挙動を追求する手法であ る³⁾.要素の代表点(本研究では Voronoi 母点)に並進3 自由度、回転3 自由度を配置し、要素内には剛体変位 場が仮定される.従来の RBSM では、要素の回転は、 微小回転の仮定に基づく回転マトリクスを用いている が、提案手法では軸性ベクトルを用いた有限回転マト リクスを導入した.以下にその概要を説明する.

剛体要素の時刻 *t* から時刻 *t*' までの有限回転に関し て、回転している間、回転軸は変化しないものと仮定 する.この時、回転軸を表すベクトルが軸性ベクトル $i \overline{\theta} = [i \varphi i \theta i \psi]^{\Gamma}$ であり、軸性ベクトルの大きさ $i \overline{\theta}$ は 回転角の大きさを表す.この軸性ベクトルを用いると 有限回転マトリクスは幾何学的関係から厳密に求めら れ、次式のように書ける.

$$\boldsymbol{T} = \frac{{}^{t'} \overline{\boldsymbol{\theta}}}{{}^{t'} \overline{\boldsymbol{\theta}}} {}^{t'} \overline{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}} + \left(I - \frac{{}^{t'} \overline{\boldsymbol{\theta}}}{{}^{t'} \overline{\boldsymbol{\theta}}} {}^{\mathrm{T}} \right) \cos{}^{t'} \overline{\boldsymbol{\theta}} + \left(\frac{{}^{t'} \boldsymbol{\theta}}{{}^{t'} \overline{\boldsymbol{\theta}}} \right) \sin{}^{t'} \overline{\boldsymbol{\theta}}$$
(1)
$${}^{t'} \boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} 0 & -{}^{t'} \boldsymbol{\psi} & {}^{t'} \boldsymbol{\theta} \\ {}^{t'} \boldsymbol{\psi} & 0 & -{}^{t'} \boldsymbol{\varphi} \\ -{}^{t'} \boldsymbol{\theta} & {}^{t'} \boldsymbol{\varphi} & 0 \end{bmatrix}$$
(2)

式(1)の $\cos_{t}^{\prime} \overline{\theta} \cdot \sin_{t}^{\prime} \overline{\theta}$ についてテイラー展開し,高次 項を無視することで以下の有限回転を考慮した回転マ トリクスが得られる.

$${}^{t'}_{t} \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 1 & -{}^{t'}_{t} \boldsymbol{\psi} & {}^{t'}_{t} \boldsymbol{\theta} \\ {}^{t'}_{t} \boldsymbol{\psi} & 1 & -{}^{t'}_{t} \boldsymbol{\varphi} \\ -{}^{t'}_{t} \boldsymbol{\theta} & {}^{t'}_{t} \boldsymbol{\varphi} & 1 \end{bmatrix}$$

$$- \frac{1}{2} \begin{bmatrix} {}^{t'}_{t} \boldsymbol{\theta}^{2} + {}^{t'}_{t} \boldsymbol{\psi}^{2} & -{}^{t'}_{t} \boldsymbol{\varphi}^{t'}_{t} \boldsymbol{\theta} & -{}^{t'}_{t} \boldsymbol{\varphi}^{t'}_{t} \boldsymbol{\psi} \\ -{}^{t'}_{t} \boldsymbol{\varphi}^{t'}_{t} \boldsymbol{\theta} & {}^{t'}_{t} \boldsymbol{\varphi}^{2} + {}^{t'}_{t} \boldsymbol{\psi}^{2} & -{}^{t'}_{t} \boldsymbol{\theta}^{t'}_{t} \boldsymbol{\psi} \\ -{}^{t'}_{t} \boldsymbol{\varphi}^{t'}_{t} \boldsymbol{\psi} & -{}^{t'}_{t} \boldsymbol{\theta}^{t'}_{t} \boldsymbol{\psi} & {}^{t'}_{t} \boldsymbol{\varphi}^{2} + {}^{t'}_{t} \boldsymbol{\theta}^{2} \end{bmatrix}$$

$$(3)$$

本研究では,接線剛性マトリクスを計算する際には 式(3)を,内力ベクトル(等価節点ベクトル)を計算す る際には式(1)を用いて厳密に座標の更新を行った.以 降の定式化は,紙面の都合上省略するが,詳細は,例 えば参考文献2),3)等を参考にされたい.

3. 弾性梁の大変位解析

提案手法の妥当性の検証のため、片持ち梁の弾性解 析を行い、厳密解との比較を行った. 図-1,2に、解 析により得られた荷重-変位関係、厳密解および変形 図を示す. 図より、解析結果は厳密解と概ね一致して いることが分かる.また、変形図からも大変位挙動を 再現できている様子が確認できる.

4. コンクリートのせん断軟化・膨張挙動の評価

提案手法(以下,有限回転モデル)と,従来の RBSM (以下,微小回転モデル)を用いて,コンクリートの2 面せん断試験の解析を行った.解析モデルおよび境界 条件を図-3に示す.本解析では,対称性を考慮し,1/4 モデルとしている.

キーワード RBSM,大変位挙動,有限回転,軸性ベクトル,コンクリート,破壊挙動 連絡先 〒464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町名古屋大学大学院工学研究科社会基盤専攻 TEL:(052)789-3735/4637



図-4 に有限回転モデルおよび微小回転モデルによ り得られたせん断カーせん断変位関係を示す.図より 両解析結果にほとんど差は見られない.図-5,6 に供 試体表面および対称境界面側で観察された変形図を示 す.変位初期の段階で両手法の結果に差は見られない. 変位の大きな領域では,両者ともひび割れ面に沿った せん断変位の増大により,水平方向への膨張が観察さ れるが,その量は微小回転モデルの方が大きく評価し ている.図-7,8 に両手法における,破壊過程の拡大 図を示す.ひび割れ発生の段階で,両手法ともに想定 破壊面で斜めのひび割れが生じ圧縮ストラットが形成 される.その後,両手法ともに,供試体表面側におい て圧縮ストラットが面外方向にはらみだすことで抵抗 機構を失っていることが分かる.一方,対称境界面側,

すなわち供試体内部では,有限回転モデルの場合,表 面側で起こったような面外方向へのはらみだす挙動を とることができないが,ボールベアリングのように回 転することにより,圧縮ストラットが崩れ,抵抗機構 を失っている.微小回転モデルでは,面外へはらみだ すことができず,またボールベアリングのような挙動 をとることもできないため,圧縮ストラットは抵抗機 構を保持している.図-9に対称境界面近傍の断面にお ける鉛直方向の垂直応力分布を示す.応力分布からも, 微小回転モデルでは,せん断軟化した後,変位5mmの 段階においても圧縮ストラットが保持されている様子 が確認できる.以上のような供試体内部における圧縮 ストラットの抵抗機構の違いが有限回転および微小回 転モデルにおけるせん断膨張挙動の差として現れたも のと考えられる.

5. まとめ

有限回転を考慮した3次元RBSMの定式化を行った. 片持ち梁の弾性解析を行い,厳密解との比較を行うこ とで提案手法の妥当性を示した. コンクリートの2面 せん断解析では,有限回転を考慮することにより,せ ん断膨張挙動および供試体内部の圧縮ストラットの抵 抗機構に顕著な影響が確認された.鉄筋コンクリート 部材では,鉄筋がコンクリートの膨張を拘束するため, 上記のせん断膨張挙動の再現性が,解析結果に大きく 影響する可能性がある.有限回転を考慮した場合の解 析結果の妥当性など,今後,解析および実験の両面か ら検討していく予定である.

参考文献

- 山本佳士,中村光,黒田一郎,古屋信明:3次元剛体バネ モデルによるコンクリート供試体の圧縮破壊解析,土木学 会論 文集 E, Vol. 64, No. 4, pp. 612-630, 2008.
- 野口裕久, 久田俊明:非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, 1995.
- 3) 川井忠彦:不連続体力学のすすめ(その 4)-"剛体 バネ"モ デルによる有限回転変位問題の解析-, 生産研究, 35(5), pp1-5, 1983.