

ワイブル分布による被災者数のベイズ推定

神戸大学大学院工学研究科

学生会員 ○小谷 稔

神戸大学都市安全研究センター

正会員 飯塚 敦

近畿大学理工学部・社会環境工学科

正会員 河井 克之

1. はじめに

災害発生直後の緊急・応急対応を効率的かつ効果的に実施するためには、被害状況を迅速かつ正確に把握することが重要となる。しかし、災害発生後の初期段階における情報の入手は困難であり不確実な情報が含まれている。災害時の人的被害情報は逐次増加する累積被災者数であり、ほぼ確定している全体の被災者総数を知ることとはできない。この被災者総数及び累積被災者数の経時変化を予測できれば、災害時の緊急対応に大きく役立つと考える。そこで、逐次入手される被害情報である死亡者数から死亡率比の経時変化をワイブル分布¹⁾で表現し、被災者総数を更新するベイズ推定²⁾モデルを提案する。

2. 災害時情報の再現

過去の災害 51 例³⁾(表-1)の災害発生後から得られる死亡者数の経時変化は、発生した場所や時間、被災地の人口や建物等の様々な状況が異なるため、情報を得る時間や報告者数は異なる。そこで、最終報告時間の死亡者数を基準とした死亡率比の経時変化をワイブル分布で表わすと、37 例(色付き)がワイブル分布で表わされる。パラメータは $\gamma = 0$ とし、 a, η の二つとした(1)式を用いる。

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t^m}{a}\right) \quad (1)$$

(1)式の両辺の自然対数を 2 回とると(2)式のようになる。

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-F(t)}\right)\right) = m \ln(t) - \ln(a) \quad (2)$$

ここで $\ln(\ln(1/(1-F(t)))) = y, \ln(t) = x, -\ln(a) = g$ とおいた $y = mx + g$ の m, g を最小二乗法で求めた。この時、求めた m と g で(2)式を表わすと(3)式となる。

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t^m}{e^{-g}}\right) \quad (3)$$

3. 被災者総数推定式

(1) 尤度の定式化

$y = mx + g$ の誤差 ε を(4)式のように組み込む。

$$y = mx + g + \varepsilon \quad (4)$$

表-1 過去の災害事例

番号	災害名(発生年月日)	番号	災害名(発生年月日)	番号	災害名(発生年月日)
1	阪神大震災(1995.1.17)	18	ネパール(2011.9.18)	35	イラン・パキスタン(2013.4.16)
2	中越地震(2004.10.23)	19	グアテマラ(2011.9.19)	36	中国(2013.4.20)
3	ジャワ島中部地震(2006.5.27)	20	トルコ(2011.10.23)	37	アフガニスタン(2013.4.24)
4	ジャワ地震(2006.7.17)	21	メキシコ(2011.12.10)	38	インド(2013.5.1)
5	岩手宮城内陸地震(2008.6.14)	22	フィリピン(2012.2.6)	39	イラン(2013.5.11)
6	ラウラ地震(2009.4.6)	23	メキシコ(2012.3.20)	40	台湾(2013.6.2)
7	サモア地震(2009.9.29)	24	チリ(2012.3.25)	41	インドネシア(2013.7.2)
8	チリ地震(2010.2.27)	25	タジキスタン(2012.5.12)	42	中国(2013.7.22)
9	ニュージーランド(2011.2.22)	26	イタリア(2012.5.29)	43	パキスタン(2013.9.24)
10	中国(2011.3.10)	27	アフガニスタン(2012.6.11)	44	パキスタン(2013.9.28)
11	東日本大震災(2011.3.11)	28	中国(2012.6.24)	45	パキスタン(2013.10.15)
12	ミャンマー(2011.3.24)	29	中国(2012.9.7)	46	イラン(2013.11.28)
13	スペイン(2011.5.11)	30	イラン(2012.8.11)	47	チリ(2014.4.1)
14	トルコ(2011.5.19)	31	グアテマラ(2012.11.8)	48	ニカラグア(2014.4.10)
15	ニュージーランド(2011.6.13)	32	ミャンマー(2012.11.11)	49	バブアニューギニア(2014.4.11)
16	ウズベキスタン(2011.7.19)	33	ソロモン諸(2013.2.6)	50	パキスタン(2014.5.8)
17	インドネシア(2011.9.6)	34	イラン・パキスタン(2013.4.9)	51	インド(2014.5.21)

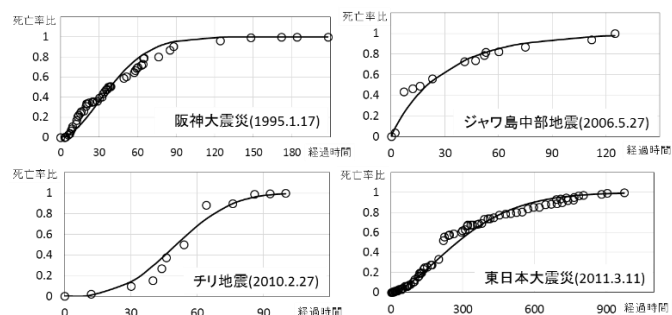


図-1 ワイブル分布による災害情報の再現例

誤差 ε を、平均値 0、分散 σ^2 の正規分布に従うものと仮定すると $\varepsilon = y - g - mx$ は正規分布に従い、 n 個のデータ(被害情報)から成り立つ資料(標本)の尤度は(5)式のようになる。 t は転置行列を表わす。ただし、パラメータは m, g と σ であるが、簡易化のために $\sigma(=10)$ を既知とし、パラメータを m と g の二つとする。

$$L(x, y|m, g) \propto \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} t(Y - X\beta)(Y - X\beta)\right) \quad (5)$$

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} g \\ m \end{pmatrix} \quad (6)$$

(2) 事前分布の設定

a) 事前分布の定式化

パラメータ m, g の事前分布 $\pi(m, g)$ が正規分布に従うと仮定すると、事前分布は(7)式となる。

$$\pi(m, g) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} t(\beta - \mu_0)\Sigma_0^{-1}(\beta - \mu_0)\right) \quad (7)$$

$$\beta = \begin{pmatrix} g \\ m \end{pmatrix} \quad \mu_0 = \begin{pmatrix} \mu_{g0} \\ \mu_{m0} \end{pmatrix} \quad \Sigma_0 = \begin{pmatrix} \sigma_{g0}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{m0}^2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

キーワード 災害情報, 意思決定, ワイブル分布, ベイズ推定

連絡先 〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1 Tel 078-803-6602 Fax 078-803-6602

b) 事前分布パラメータの設定

図-1 において災害によってワイブル分布の形状が異なる．そこで，ワイブル分布で表わせられる災害の経過時間と死亡率比を考慮して事前分布のパラメータを設定(図-2)する．また，パラメータの分散を既知とすることで，(8)を(9)のように置きなおす．

$$\beta = \begin{pmatrix} g \\ m \end{pmatrix} \quad \mu_0 = \begin{pmatrix} g \\ m \end{pmatrix} \quad \Sigma_0 = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

(3) 事後分布の定式化

ベイズ推定の基本公式(事後分布 $\propto$ 尤度 $\times$ 事前分布)を用いると，事後分布は(10)式のように表わされる．

$$\pi(m, g|x, y) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} {}^t(\beta - \mu_1)\Sigma_1^{-1}(\beta - \mu_1)\right) \quad (10)$$

$$\beta = \begin{pmatrix} g \\ m \end{pmatrix} \quad \mu_1 = \begin{pmatrix} \mu_{g1} \\ \mu_{m1} \end{pmatrix} \quad \Sigma_0 = \begin{pmatrix} \sigma_{g1}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{m1}^2 \end{pmatrix} \quad (11)$$

4. 被災者総数の推定法

ワイブル分布における $F(t)$ は災害の最終報告時間 T である災害規模時間での被災者総数 B_T を基準とした発災後の経過時間 t の累積被災者数 b_t の比を表わしており， $F(t)$ は(12)式のようになる．

$$F(t) = b_t/B_T \quad (12)$$

よって，時間 t の被災率比 $F(t)$ と実情報による累積死亡者数 b_t の情報を得ることで，(13)式のように被災者総数 B_T が求められる．

$$B_T = b_t/F(t) \quad (13)$$

5. ベイズ推定結果(ケーススタディ)

阪神大震災のデータで，事前分布⑤の場合のベイズ推定の結果を示す．パラメータの事後分布は図-6，ワイブル分布は図-7，推定被災者総数は図-8 のように更新される．また，更新推定値に基づく被災者数の経時変化は図-9 のようになる．

6. おわりに

災害発生後から得られる累積死亡者数から被災者総数を推定する一手法として，ワイブル分布にベイズの確率を応用した被災者総数推定モデルを構築し，その有用性を検討した．その結果，実情報を反映したワイブル分布の逐次ベイズ推定が可能であることを示すことができ，時間経過に伴う被災者数の変化を知ることができるようになる．

参考文献

- 1) Weibull, W. :A Statistical Distribution Function of Wide Applicability, Journal of Applied Mechanics, Vol.18, pp.293-297, 1951.
- 2) 涌井良幸, 涌井貞美:Excel でスッキリわかるベイズ統計入門, 日本実業出版社, 2012.
- 3) CRK ラジオ関西 558(参照年月日:2011.6.2)
<http://jocr.jp/sinssai/sinsai3.html>

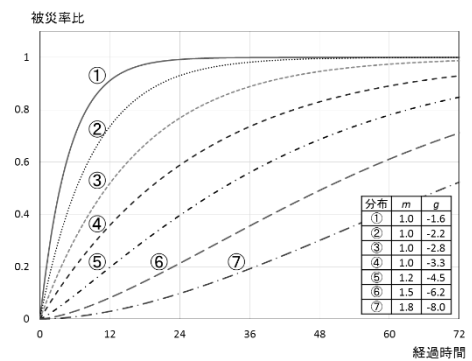


図-2 事前分布の分類

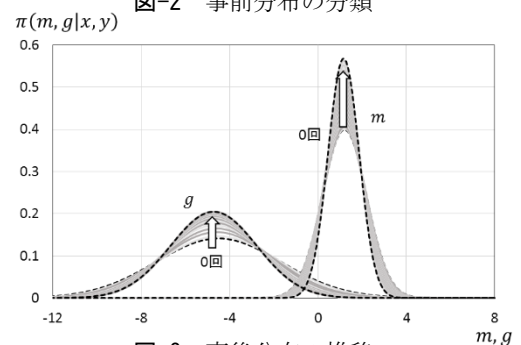


図-3 事後分布の推移

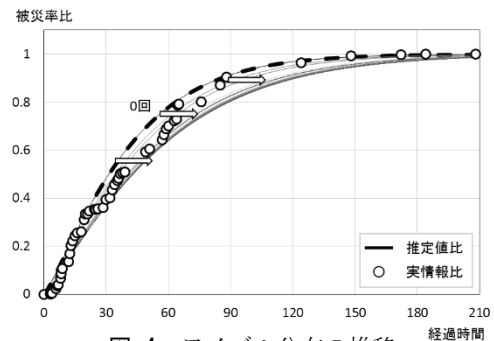


図-4 ワイブル分布の推移

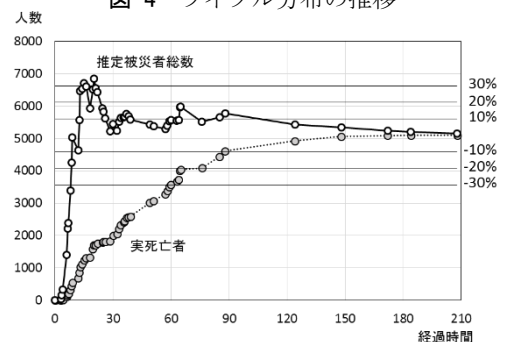


図-5 実死亡者数と推定死亡者数の推移

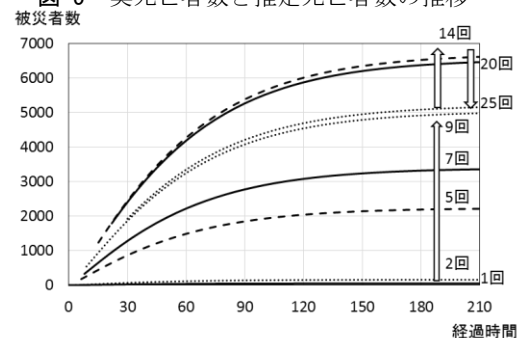


図-6 経過時間にもなう被災者数の推移

Earthquake-report.com(参照年月日:2014.5.20)

<http://earthquake-report.com/>