

粘質土壌における亀裂進展シミュレーション

琉球大学大学院	学生会員	○崎山 将
琉球大学大学院	学生会員	広瀬 孝三郎
琉球大学	正会員	松原 仁

1. はじめに

マッドペーストが乾燥する過程で生じる乾燥収縮亀裂（以後、Mudcrack と呼ぶ）は、水田や干潟等の自然界において一般的にみられる破壊現象のひとつである。Mudcrack は乾燥－湿潤サイクルの相互相関やペーストの状態変化などに伴い、複雑な亀裂パターンを示すことから、亀裂発生メカニズムに関する系統的な研究例は少なく、十分に理解されているとは言い難い状況がある。

Mudcrack に関する研究例としては、Mudcrack は T 字型や Y 字型に結合する箇所が多く観察され、湿潤土を線形弾性体とみなし適当な破壊条件を仮定した数値解析モデルにて亀裂パターンを再現する研究（単純バネ切りモデル）¹⁾、非接触型の 2 次元レーザースキャナーを用いて、試料の体積収縮率を評価する手法の提案など、実験的検討や解析的検討、さらに、画像処理を使用した検討等、様々な視点から研究が行われている。しかしながら、Mudcrack は土壌の不均質割合に支配される場合が多く、亀裂の規則性や再現性を評価すること自体が困難である現状もあることから未解明のことが多く存在する。

本研究では、3 次元有限要素法に基づいた数値解析手法を開発し、Mudcrack の亀裂進展解析を行った。また、本モデルの妥当性を検討するため、数値解析により得られた Mudcrack のフラクタル次元（ハウスドルフ次元）を、乾燥実験にて得られた Mudcrack のフラクタル次元と比較することを行った。

2. Mudcrack の進展解析法

2.1 乾燥収縮過程のモデル化

本研究では、マッドペーストの亀裂進展を Smeared crack model に基づいた有限要素法にてモデル化する。土壌を弾性体と仮定し、土壌内部の水分の蒸発に伴うひずみを乾燥収縮ひずみとすると、土壌内部に生じる全ひずみは次式にて表すことができる。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^s \quad (1)$$

ここで、 $\boldsymbol{\varepsilon}$: 全ひずみテンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}^e$: 弾性ひずみテンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}^s$: 乾燥収縮ひずみテンソルである。そして、ポテンシャルエネルギー原理に、(1)式で表される乾燥収縮ひずみによる外力を考慮すると、次式ようになる。

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D}_e \mathbf{B} \mathbf{u} d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D}_e \boldsymbol{\varepsilon}^s d\Omega \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{B}$: ひずみ－変位マトリックス、 $\mathbf{D}_e$: 弾性体の応力－ひずみマトリックス、 $\mathbf{u}$: 節点変位、 Ω : 要素の体積である。本研究では、これらの式を 3 次元有限要素法に適用し、亀裂進展解析を実施した。なお、本研究で

は、全領域において最大主応力の最大値を静弾性解析で求め、1 ステップごとにこの要素を亀裂要素とすることで亀裂進展解析を実現した。なお、亀裂進展手法の詳細については文献 2 に詳しい。

2.2 収縮率のモデル化

本研究では、乾燥収縮ひずみテンソルの成分 ε_{ij}^s ($i=j$) を次式にて定義した。

$$\varepsilon_{ij}^s = - \left(\frac{\exp(-\beta \zeta) - 1}{\exp(-\beta) - 1} \right); \quad \zeta = \frac{z}{z_{\max}} \quad (3)$$

β : 任意係数 ($\neq 0$)、 ζ : マッドペーストの正規化層厚、 $z_{\max}$: マッドペーストの層厚、 z : マッドペーストの底面からの距離である。 ε_{ij}^s の分布を図 1 に示す。同図より、式(3)はマッドペースト中の乾燥度合いを表しており、 β が大きくなるにつれて乾燥度合いが強くなることを意味していることが分かる。したがって、 β を環境変数のひとつとして扱うことが可能である。本論文では、代表例として、 $\beta=10.0$ のみを取り上げることとする。

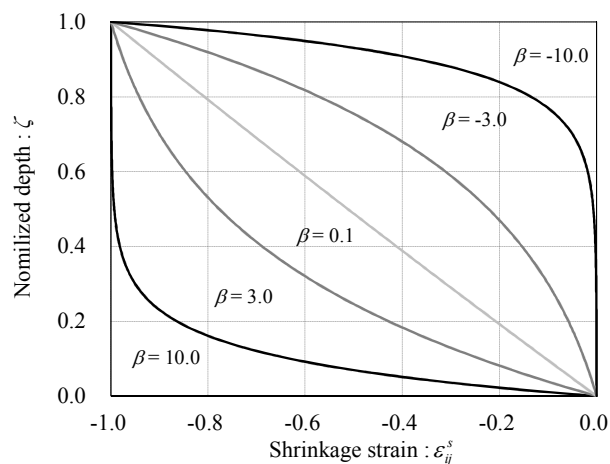


図 1 乾燥収縮ひずみの分布

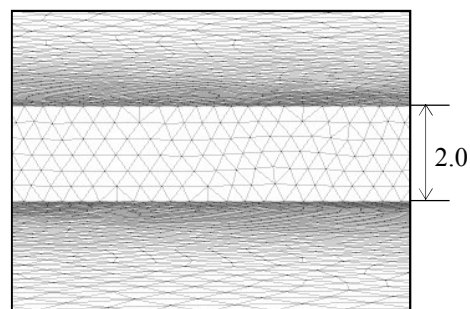


図 2 解析モデルの断面図

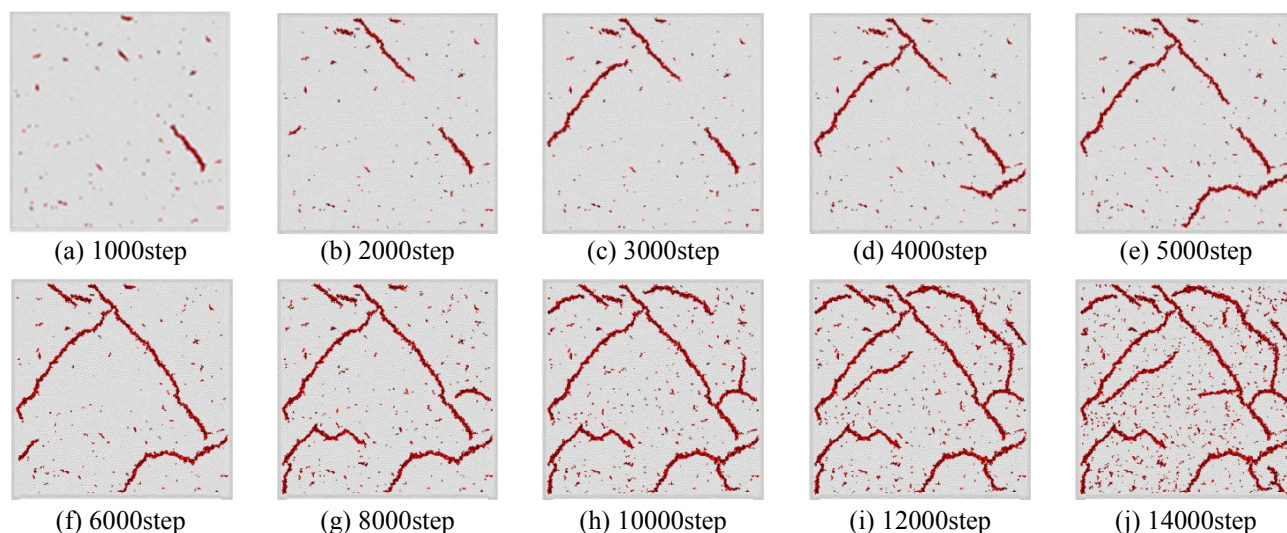


図3 数値解析による亀裂進展の様子

2.3 フラクタル次元

本研究では、実際の亀裂パターンと本解析によって得られた亀裂パターンを定量的に比較するために、ベントナイトペーストを用いた乾燥亀裂実験にて得られた亀裂パターンのフラクタル次元を比較する。本研究では、Mudcrack のフラクタル次元を求めるために、ボックスカウント法を適用した。この手法は、様々な幅 α の正方格子で画像を区切り、対象物が含まれる正方格子の数 $N(\alpha)$ を数えてフラクタル次元を求める手法である。そのとき、 $\log(N(\alpha))$ と $\log(\alpha)$ を軸に取った場合の近似直線の傾きがフラクタル次元となる。式(4)に一般式を示す。

$$\log(N(\alpha)) = D \log(\alpha) \quad (4)$$

なお、本研究では、正方格子の幅 α に関しては、2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 32, 64 pixel の 9 つのサイズを用いた。

3. 数値解析例

3.1 数値解析モデルと境界条件

本研究では、解析領域は $50 \times 50 \times 2$ の立方体モデルを仮定し、4 節点四面体要素を採用した。メッシュ分割は、図 2 に示すように、深さ方向には少なくとも 6 つの要素が配置されるように設定した（節点数：96,390、要素数：481,107）。また、境界条件は、モデルの上面を除き対称条件とした。また、モデル内の各要素に強度のばらつきを持たせるために、縦弾性係数は $40.0 \pm 40.0 \text{ N/mm}^2$ 、引張強度は $0.02 \pm 0.005 \text{ N/mm}^2$ のようにランダムな値を設定し、ポアソン比は 0.3 を仮定した。

3.2 亀裂パターン解析

図 3 にペースト表面における亀裂進展の様子を示す。なお、図中では“亀裂要素”と判別された要素のみを赤色で表現している。同図より、初期の段階の表面には小さな亀裂の“種”が発生した。その後、主要な亀裂が複数本発生した。そして、最終的には亀裂同士が交差する様子を再現することができた。この垂直に交わることは、実験や自然界においても確認されていることから、本手法によって亀裂特性が再現できたものと考えられる。

3.3 亀裂パターンのフラクタル次元

本節では、フラクタル解析を用いることで、実験との比較を試みる。本解析では、図 4 に示すように、Mudcrack のフラクタル次元が継続的に 1.45 次元に収束する傾向が得られた。この結果は、既存のベントナイトペーストを用いた乾燥実験によって得られた 1.46 次元に収束するという結果と類似している。したがって、本解析手法は、実際の Mudcrack の亀裂パターンを再現できたと考えられる。

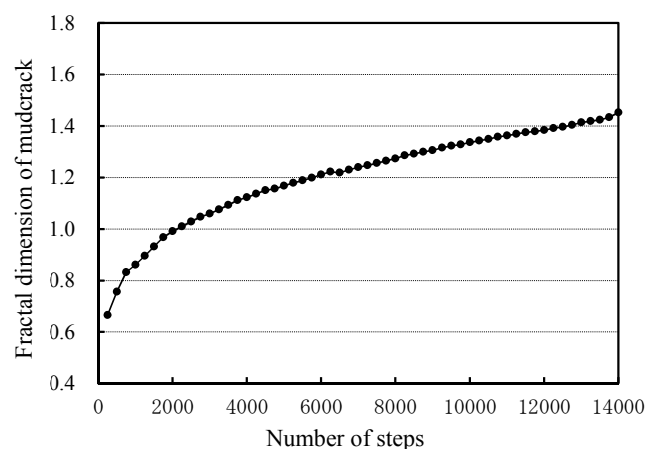


図4 数値解析による Mudcrack のフラクタル次元

4. おわりに

本手法により、実際の Mudcrack にみられる垂直に交わる亀裂や、Mudcrack の複雑度の再現が可能であることが示された。今後の課題として、Mudblock の形成等の、Mudcrack 現象特有の現象の再現等が挙げられる。

参考文献

- 1) Kitunezaki, S.: Crack propagation speed in the drying process of paste, J. Phys. Soc. Jpn. 78, pp.064801, 2009.
- 2) 松原仁, 江戸孝昭, 原久夫, 伊良波繁夫: 振り外力を受ける環状切欠き丸棒におけるファクトリーループ状破断面の形成メカニズムに関する数値解析的検討, 日本計算工学論文集, No. 20120016, 2012.