総降雨量と降雨継続時間の関連を考慮した総合確率法の改良

京都大学大学院工学研究科　学生員　○田中智大
京都大学大学院工学研究科　正員　立川康人
京都大学名誉教授　正員　椎葉充晴
京都大学大学院工学研究科　正員　萬　和明

1　はじめに　降雨流出モデルを活用して，降雨量の確率分布から，ある再現期間に対応する洪水ピーク流量を推定する代表的な方法の一つに総合確率法[1) 2)]がある．総合確率法は，総降雨量を引き伸ばして複数の降雨パターンに対して流出計算を行い，年最大総降雨量の非超過確率から年最大洪水ピーク流量の非超過確率を求める手法である．

総合確率法の仮定[2)]の中で，総降雨量と降雨パターンは独立であるという仮定に従うと，短時間に集中する降雨パターンにおいて総降雨量の変化に伴って洪水ピーク流量が大きく変化し，大町[1)]が指摘するように短期集中型豪雨の降雨パターンに影響され，確率洪水ピーク流量を過大に推定する可能性がある．

そこで本研究では，総降雨量と降雨パターンが独立ではないと考え，総降雨量の確率分布が降雨継続時間によって異なるとして総合確率法の改良を試みる．また，改良した総合確率法（以下，改良総合確率法）および従来の総合確率法を京都府の由良川流域の綾部地点（755km^2）に適用して年最大洪水ピーク流量の確率分布を求め，過去の実績洪水の再現計算による流量（以下，再現流量）を頻度解析して得られる年最大洪水ピーク流量の確率分布と比較する．

2　総降雨量と降雨継続時間の関連を考慮した総合確率法の導出　改良総合確率法では，以下の仮定に基づいて年最大洪水ピーク流量の確率分布を推定する．

仮定 1) 洪水（たとえばある地点の洪水ピーク流量がある値を超える事象）を生じさせるような降雨の発生は，単位時間あたりの発生確率が μ_{a} のポアッソン過程に従う．

仮定 2) 降雨パターンは多様であるが，降雨事象が発生したとき降雨パターンは N 個のみをとるとし，i 番目の降雨パターンが生起する確率を p_i とする．また，このときの降雨継続時間を d_i とおく．

仮定 3) 降雨が発生したとき，流域平均総降雨量 r_{a} は降雨継続時間 d_i の条件付き確率分布関数 $G_{R_{\mathrm{a}}|D}(r_{\mathrm{a}}|d_i)$ に従うとする．

仮定 4) すべての降雨パターンにおいて，総降雨量のみを増加させた場合，洪水ピーク流量は単調に増加する．

従来の総合確率法とは仮定 3 が異なる．従来の総合確率法では，降雨が発生したときの総降雨量と降雨パターンが独立である仮定が用いられた．一方で，改良総合確率法では，総降雨量が降雨継続時間に依存する仮定を置くことで，降雨パターンごとに異なる総降雨量の確率分布を用いることとなり，総降雨量と降雨パターンの関連を考慮することになる．

まず，仮定 2) および 3) から，一雨の総降雨量 r_{a} の確率分布と洪水ピーク流量 q_{p} の確率分布 $G_{Q_{\mathrm{p}}}(q_{\mathrm{p}})$ の関係は以下となる．

$$G_{Q_{\mathrm{p}}}(q_{\mathrm{p}}) = \sum_{i=1}^{N} p_i G_{R_{\mathrm{a}}|D}\left(r_{\mathrm{a},i}(q_{\mathrm{p}})|d_i\right) \tag{1}$$

上式から洪水ピーク流量の確率分布を求めることができるが，降雨継続時間 d を連続変数として総降雨量の分布関数 $G_{R_{\mathrm{a}}|D}\left(r_{\mathrm{a}}|d\right)$ の一般形を求めるのは容易ではない．そこで，降雨継続時間 d を離散化して考える．降雨継続時間を M 個の半開区間に分割し，小さい方から j 番目（$j = 1, 2, ..., M$）の降雨継続時間区間を $\mathcal{D}_j$ とおく．以下，降雨継続時間 d_i が含まれる降雨継続時間区間の区間番号は $m(i)$（$j = 1, 2, ..., M$）と表記する．そして，$d_i \in \mathcal{D}_j$ なる d_i が与えられたときの総降雨量の条件付き確率分布関数を $G_{R_{\mathrm{a}}|D}\left(r_{\mathrm{a}}|d_i\right) = G_{R,j}(r_{\mathrm{a}})$ とする．仮定 1)，3) から，総降雨量 r_{a} は複合ポアッソン過程に従うので，降雨継続時間区間番号 j での年最大総降雨量 r の確率分布関数 $F_{R,j}(r)$ は

$$F_{R,j}(r) = \exp\left[-\mu_j \Delta t\left(1 - G_{R,j}(r)\right)\right] \tag{2}$$

となる[2)] μ_j は降雨継続時間区間 $\mathcal{D}_j$ に含まれる降雨の単位時間あたりの発生確率である．仮定 2) により，降

キーワード　総合確率法，降雨継続時間，基本高水流量，降雨パターン
連絡先　〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラスター C1 棟

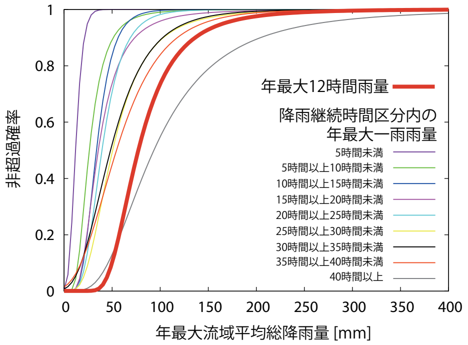

図 1 年最大 12 時間雨量の累積分布関数（赤い太線）と各降雨継続時間区間内ごとの年最大総降雨量の確率分布関数

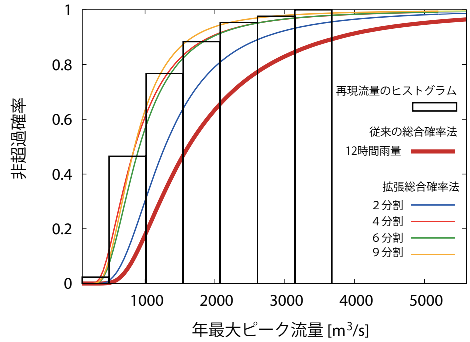

図 2 両手法で推定された年最大洪水ピーク流量の累積分布関数（細線群）および再現流量の累積ヒストグラム（赤い太線）

雨の継続時間 d_i が取り得る値も N 個となるので，降雨が発生したときに降雨継続時間 d_i が降雨継続時間区間 $\mathcal{D}_j$ に含まれる確率 η_j は

$$\eta_j = \sum_{i \in I_j} p_i, \qquad I_j = \{i | d_i \in \mathcal{D}_j\} \tag{3}$$

となる．仮定 1) により，洪水を生じさせるような洪水事象の発生も複合ポアソン過程に従うと仮定し，(1) 式に (2) 式を代入して η_j を用いると

$$F_{Q_{\mathrm{pmax}}}(q_{\mathrm{pmax}}) = \prod_{i=1}^{N} F_{R,m(i)}(r_{\mathrm{a},i}(q_{\mathrm{pmax}}))^{p_i/\eta_{m(i)}} \tag{4}$$

となり，年最大総降雨量の確率分布関数から年最大洪水ピーク流量の確率分布関数が得られる．

3 実流域への適用 2. で構築した方法を由良川流域に適用した．改良総合確率法では降雨継続時間を 2 個，4 個，6 個，9 個に分けた場合の 4 ケースについて，年最大洪水ピーク流量の確率分布を求めた．

降雨継続時間を 9 個に分けた場合の各区間の降雨の年最大総降雨量の確率分布関数，および年最大 12 時間雨量の確率分布関数を図 1 に示す．図 1 から，降雨継続時間によって分布は大きく異なることがわかることがわかる．また，1 つの分布ですべての降雨パターンに対する降雨量の確率分布を表現することが難しいことがわかる．

最後に，従来の総合確率法，改良総合確率法によって得られる綾部地点の年最大洪水ピーク流量の累積分布関数、再現流量を頻度解析して得られる年最大洪水ピーク流量の確率分布を図 2 に示す．図 2 から，従来の総合確率法では，同じ年最大流量に対する非超過確率の値が再現流量から得られるそれよりも小さく，同じ再現期間に対応する洪水ピーク流量が大きくなることがわかる．一方，改良総合確率法は降雨継続時間の分割数が大きくなるほど再現流量の累積ヒストグラムに近い分布を示し，降雨継続時間の分割数が 4 個以上ではほぼ同じ関数形状となることがわかる．

図 1 からわかるように，従来の総合確率法では，ある洪水ピーク流量に対応する年最大 12 時間雨量の非超過確率が改良総合確率法の非超過確率に比べて小さくなるため，得られる年最大洪水ピーク流量の非超過確率が小さくなったと考えられる．

従来の総合確率法および改良総合確率法による確率分布と再現流量の累積ヒストグラムの違いをコロモゴロフ・スミルノフ検定で検定した結果，従来の総合確率法では有意水準 1%で有意な差が見られたが，改良総合確率法では，降雨継続時間の分割数 4 個以上では有意水準 10%でも有意な差は見られなかった．

4 結論 本研究は，総降雨量の確率分布が降雨継続時間によって異なると考え，降雨継続時間に応じて異なる総降雨量の確率分布を用いて年最大洪水ピーク流量の確率分布を推定する手順を導いた．改良した総合確率法を京都府の由良川流域の綾部地点に適用した結果，降雨継続時間の短い降雨を含め，あらゆる降雨パターンを用いて合理的な年最大洪水ピーク流量の確率分布を推定することができた．様々な降雨パターンを用いて降雨の時間的・空間的分布に対する確率的構造を経験的に表現し，年最大洪水ピーク流量の確率分布を推定する手法は有効であると考える．

参考文献

1) 大町利勝: 計画洪水流量決定手法に関する一考察, 水文・水資源学会誌, Vol. 17, No. 2, pp. 170-179, 2004.
2) 椎葉充晴，立川康人: 総合確率法の数学的解釈, 土木学会論文集, B1(水工学), Vol. 69, No.2, pp. 101-104, 2013.