

## 浅水方程式に基づく SPH 法と沿岸域流動場への適用

九州大学 学生会員 ○森本 陽介  
九州大学 正会員 田井 明

### 1. 目的

数値流体シミュレーションにおいて粒子法は、基礎方程式に対流項が存在しないため対流項による数値拡散が生じない、また、格子に依存しないため大変形を生じる現象や複雑形状を有する問題に有利である、など格子法を用いる有限差分法、有限体積法、有限要素法などが永年抱えてきた問題を著しく改善可能であると考えられている(越塚ら, 2014). 沿岸域の流動場においても、上記の特性を生かすことで、潮汐による干潟の干出・冠水現象、高潮や津波による陸域への浸水現象などに特別なモデルを必要とせず数値シミュレーションが可能であることが予想される. しかし、その一方で、実際に応用の試みが盛んになってからの歴史が浅く、格子法では多くの蓄積がある経験則が十分に体系化されておらず、粒子法を用いる際のカーネル関数やスキームの選択などは感覚的にまたは試行錯誤により行われているのが実情である(浦川・多田, 2013). そこで、本研究では粒子法を用いた沿岸域流動場の数値シミュレーションの前段階として潮汐、津波、高潮などの広範囲での自由表面流れを計算するのに用いられる浅水方程式を基礎方程式とした粒子法の性能・精度の基礎的検討を実施した.

### 2. SWE - SPH の概要

本研究では、Vacondio ら(2012)により、開発・公開されている浅水方程式を基礎方程式とした SPH 粒子法モデルである SWE-SPHysics を用いて検討を行った. まず、SWE-SPHysics の概要を説明する. 基礎方程式である連続の式と運動方程式を式(1)(2)に示す

$$\frac{dh}{dt} = -h\nabla \cdot v \tag{1}$$

$$\frac{dv}{dt} = -g\nabla h + g(-\nabla b + S_f) \tag{2}$$

ここで、 $h$ :水深、 $v$ :平均流速、 $b$ :地盤高、 $g$ :重力加速度、 $S_f$ :海底摩擦項である.

### 3. 性能・精度の検証

本研究では沿岸域の重要な現象のひとつである潮汐の増幅現象を対象に SWE-SPH の性能・精度の検証を行った. 検証には図 1 に示す奥行き 100km, 幅 30km の領域の左端を開境界、その他を閉境界とした矩形湾を用いた. 全ケースで水位 20m の静止状態から計算をスタートし、振幅 1.0m, 周期 12 時間の潮汐波を左端開境界に与え、平滑化距離や地形の解像度などは同条件とした.

まず、時間幅、人工粘性、粒子の初期配置間隔による計算結果の違いを検証するために表 1 に示す Case1~Case6 の比較を行う. 図 2 に湾奥での 2 日目の水位の時間変化を示す. 結果より、全ての計算ケースで満潮時に不適切な数値振動が生じているが、同じような計算結果が得られ単純な地形では潮汐の共振現象を良好に再現することが出

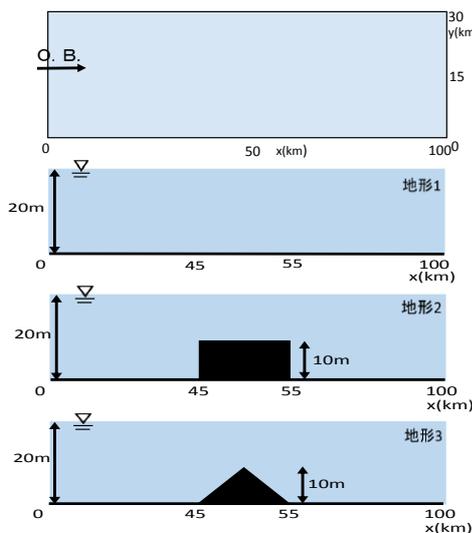


図 1 計算領域

表 1 計算条件の組み合わせ

	$\Delta t$	人工粘性	粒子の初期配置間隔(m)	地形
Case1	5	Monaghan(1992)	300	1
Case2	5	Lax-Friedrich flux	300	1
Case3	1	Monaghan(1992)	200	1
Case4	1	Monaghan(1992)	300	1
Case5	1	Lax-Friedrich flux	300	1
Case6	1	Lax-Friedrich flux	200	1
Case7	1	Lax-Friedrich flux	200	2
Case8	1	Lax-Friedrich flux	200	3

キーワード 浅水方程式, SPH 法, 沿岸域流動場

連絡先 〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地九州大学 W2 号館 1013 号室 TEL092-802-3412

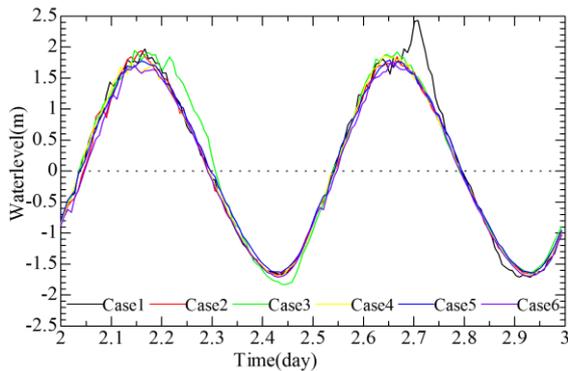


図2 時間刻み, 人工粘性, 粒子の初期配置間隔を  
変化させた場合の計算結果

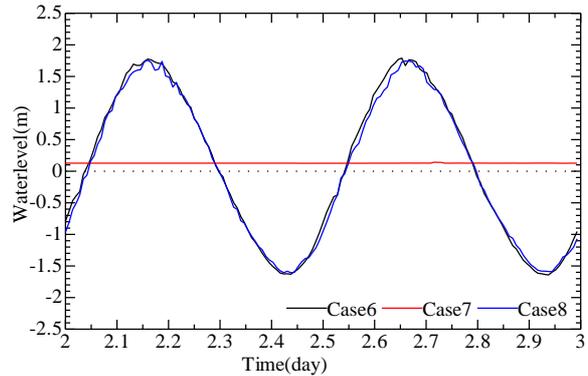


図3 地形を変化させた場合の計算結果

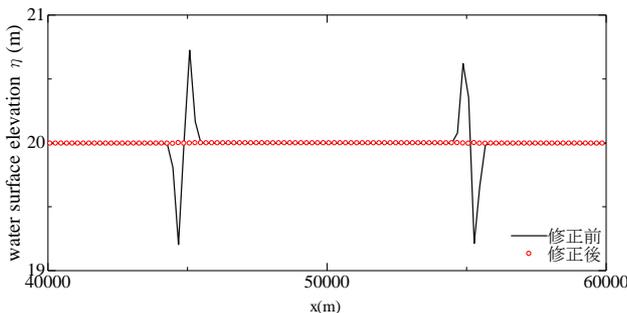


図4 1秒後の修正前後の水位の計算結果

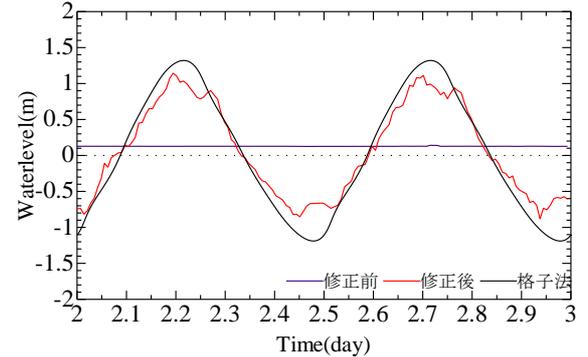


図5 Case7の修正前後の計算結果と格子法との比較

来た. 各ケースを比較すると, 時間幅を小さくし, 人工粘性は Lax-Friedrich flux を用い, 粒子の初期配置間隔を小さくするほど数値振動が小さくなり安定することが分かる. 次に, 地形が変化する場合の計算結果の違いを検証するために表 1 に示す Case6~Case8 の比較を行う. 図 3 に湾奥での 2 日目の水位の時間変化を示す. Case6,8 は満潮時に数値振動が生じているが, 定性的には同じ変化傾向を示していることから一定の精度を持って計算されていることが分かる. 一方, Case7 で用いた地形 2 のように地盤高が急変する場所では湾奥まで波が伝播しなかった.

4. 水深の補間方法の修正

Case7 で潮汐波が湾奥まで伝播しなかった原因を調べるために計算開始 1 秒後の水位の計算結果を図 4 に示す. これより, 地盤高が急変する場所では, 水位が一定に保たれず大きな数値誤差が生じていることが分かる. これは, 式(1)(2)に示されているように, 本モデルでは水深  $h$  を基にした計算を行っているため地盤高急変部で大きな SPH 補間誤差が生じることが原因であり, これが湾奥まで潮汐波が伝播しなかった原因でもありと考えられる. そこで, 地盤高急変部における水深  $h$  の補間誤差を抑えるために, 以下のように水深  $h$  の SPH 補間式を地盤高の増加分を加えたものに修正した.

$$h_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \{h_j + (b_j - b_i)\} W_{i,j} \tag{3}$$

図 4 に, 修正した式で行った計算開始 1 秒後の水位の計算結果を示す. これより, 修正後は水位が一定に保たれており, 修正前に生じていた数値誤差を解消することが出来た. 次に図 5 に修正後の湾奥での水位の時間変化を示す. 修正後は, 湾奥まで潮汐波が伝播しており, さらに数値振動を生じているものの格子法と同様の水位変動となっており, 本研究で行った修正により, 地盤高急変部での計算が可能になったことが分かる.

5. 結論

本研究では, 浅水方程式を用いた粒子法による沿岸域流動場の数値解析に関する基礎的検討を実施した. 時間刻み, 人工粘性, 粒子の初期配置間隔の変化が潮汐現象の再現性に与える影響の検討を行ったところ, 全てのケースで潮汐の共振現象を良好に再現することができ, また地盤高が滑らかに変化する場合にも同様に共振現象を良好に再現できた. 一方で, 地盤高急変部は, 潮汐波が湾奥まで伝播しなかったために水深の計算式の修正を行った. その結果, 地盤高急変部で潮汐現象を再現することが可能になった.

参考文献

越塚誠一・柴田和也・室谷浩平(2014):粒子法入門, 丸善出版, pp. 7-11. 浦川翔大・多田毅(2013):浅水方程式を用いた SPH 粒子法の特性の基礎的検討, 土木学会論文集 B1, 69, pp. 655-660. R.Vacondio・B.D.Rogers・P.K.Stansby(2012):Accurate particle splitting for smoothed particle hydrodynamics in shallow water with shock capturing, International journal for numerical methods in fluids, 69, pp. 1377-1410