

運動量の定理に基づく刃形堰の完全越流の水理検討

建設技術研究所 正会員 ○多田羅謙治
 山口大学大学院 フェロー会員 羽田野袈裟義
 山口大学大学院 学生会員 芹川 知寛
 東京理科大学 正会員 永野 博之

1. はじめに

運動量の定理を、刃形堰を越える完全越流に適用し、堰高、流量、越流水深の間の関係を推論し、既往の実験データの解析でこの取扱いの妥当性を確認するとともに流量評価式を提案している。提案式において既往データを用いて検証した結果、既存式より適合性が高いことが認められた。

2. 運動量の定理によるパラメータの検討

図-1 の設定を考える。水の密度を ρ , 重力加速度を g , 単位幅流量を q (限界水深を h_c) , 堰高を h_d , 越流水深 h , 図-1 に示すように、堰上流水位の測定断面①と堰頂上の流水断面②で囲まれた領域をコントロールボリュームとし、この領域に運動量の定理を適用する。コントロールボリューム内の水に作用する水平力として、堰上流水位の測定断面での静水圧の合力、堰が流れを止める力を考える。堰の単位幅あたりで評価した第 2 番目の力を F_D とすると、運動量の定理は次のように書かれる。

$$\rho \left(\frac{q^2}{h_c} - \frac{q^2}{h_d + h} \right) = \frac{1}{2} \rho g (h_d + h)^2 - F_D \tag{1}$$

流体力係数 K_D を導入して $F_D = K_D \cdot 1/2 \cdot \rho g h_d^2$ と置くと、上式は次のように現される。

$$\rho \left(\frac{q^2}{h_c} - \frac{q^2}{h_d + h} \right) = \frac{1}{2} \rho g (h_d + h)^2 - K_D \frac{1}{2} \rho g h_d^2 \tag{1'}$$

これを $1/2 \rho g h_d^2$ でわると、

$$\frac{2}{\rho g h_d^2} \rho \left(\frac{q^2}{h_c} - \frac{q^2}{h_d + h} \right) = \frac{1}{h_d^2} (h_d + h)^2 - K_D \tag{2}$$

変形して、

$$K_D = -\frac{2h_c^2}{h_d^2} + \frac{2h_c^3}{h_d^3} \frac{1}{(1+h/h_d)} + (1+h/h_d)^2 \tag{3}$$

ここで、 $h_c=(q^2/g)^{1/3}$ は限界水深である。式より、無次元パラメータ h_c/h_d , h/h_d との間に一定の関係があることが示唆される。これらは、前報において潜り越流の特別な場合として得られた完全越流における無次元パラメータと同じものである。

3. 完全越流の検討

完全越流の検討はSchoder & Turnerにより行われた実験のデータ(原論文No12~24)を用いて行う。実験は堰高 h_d が0.152m~2.286m に対して実施されたものである。完全越流では、Schoder & Turnerの広範囲の実験範囲にわたり次式が成立する。(図-2参照)

$$\frac{h_c}{h_d} \doteq \alpha \left(\frac{h}{h_d} \right)^2 + \beta \left(\frac{h}{h_d} \right) \tag{4}$$

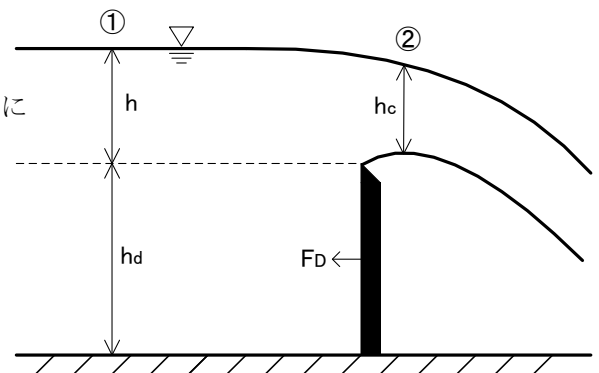


図-1 刃形堰を越える流れの模式図

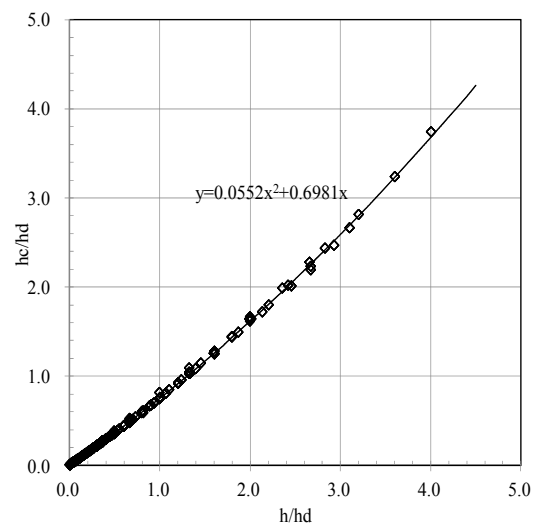


図-2 h_c/h_d と h/h_d の関係 (完全越流)

キーワード 堰の水理, 刃形堰, 無次元パラメータ

連絡先 〒541-0045 大阪市中央区道修町1丁目6-7 株式会社建設技術研究所 大阪本社 水工部 TEL06-6206-5594

$$\text{これより, } h_c \equiv \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \left\{ \alpha \left(\frac{h}{h_d}\right)^2 + \beta \left(\frac{h}{h_d}\right) \right\} h_d \quad (5)$$

$$q = \left[\left\{ \alpha \left(\frac{h}{h_d}\right)^2 + \beta \left(\frac{h}{h_d}\right) \right\} h_d \right]^{3/2} g^{1/2} = [\{ \alpha h / h_d + \beta \} h]^{3/2} g^{1/2} = \{ \alpha h / h_d + \beta \}^{3/2} \sqrt{ghh} \equiv C_D \sqrt{ghh} \quad (5')$$

ここで、 $\alpha=0.0552, \beta=0.6981$ である。これが完全越流の流量評価式である。すなわち、 $q = C_D \sqrt{ghh}$ とおく時、その流量係数は $C_D = \{ \alpha h / h_d + \beta \}^{3/2}$ と表現される。

流量（限界水深 h_c ）が与えられて越流水深 h を求める式は次のように得られる。まず式(1)を h/h_d に関する2次方程式として解くと、

$$\frac{h}{h_d} = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha h_c / h_d}}{2\alpha} \quad (6)$$

したがって式(7)となる。これが越流水深の評価式である。

$$h = \left[\frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha h_c / h_d}}{2\alpha} \right] h_d \quad (7)$$

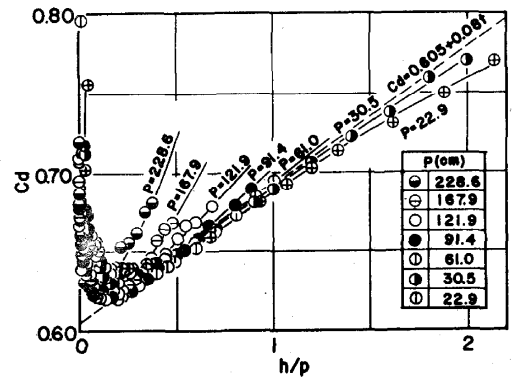


図-3 中川らによる流量係数～越流水深/堰高比の関係（関西支部, 1966 の fig1）

中川らは同じデータを用いて流量係数～越流水深/堰高の関係図を修正レーボック式とともに示した（図-3参照）。図-3において堰高の大きい場合と小さい場合とでは越流水深の増大に伴う流量係数 C_D の増加率が変化することが認められ、堰高の大きい場合には越流水深の増大とともに有効水頭が増加し、小さい場合には同様な効果より水路抵抗によるエネルギー損失が上回ると示されている。また越流水深/堰高比が 0 に近づくと流量係数が急に増加して修正レーボック式との差が加速度的に増大する傾向を示し、流量係数～越流水深/堰高比ではデータがまとまらない。一方、図-2 ではすべての堰高のデータがほぼ1本の線に分布して普遍性を示しており、この両図の比較から $h_c/h_d \sim h/h_d$ の関係を示す図-2 の合理性が高いものと考えられる。

4. 越流水深の計算結果

得られた流量から越流水深を求める評価式の適合性を検討した。適合性の評価にあたって Schoder&Turner (No12~24), Mayer&See (No29~41) の実験データを用いた。図の縦軸は求めた越流水深の計算値/実験値で Rh_{11} は本提案式, Rh_{13} は修正レーボックによるものである。これより修正レーボックの適用範囲である $h/h_d < 1$ にほぼ対応する堰高フルード数 $h_c/h_d < 1$ では両者の適合性は同程度であるが、堰高フルード数 $h_c/h_d > 1$ の範囲では修正レーボック式がより大きな誤差を与える。

図-4,5 の結果を踏まえ、図-2 は図-3 の修正レーボック式の流量係数～越流水深/堰高比に見られたデータ分布の偏りと流量係数の次元の不一致を解消しており、本提案式に優位性があると考えられる。

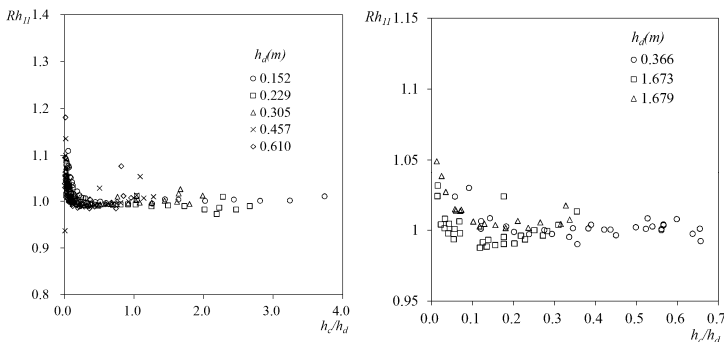


図-4 本提案式（左S-T, 右M-S）

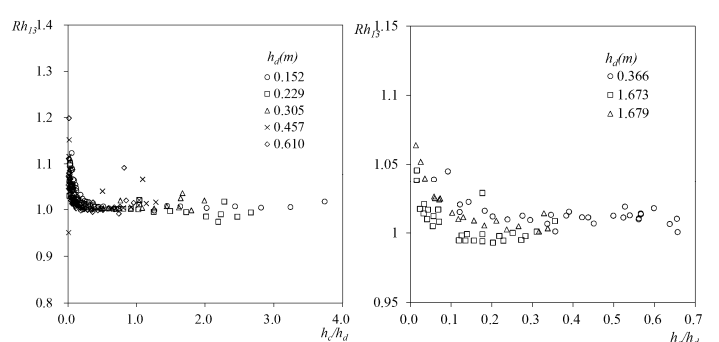


図-5 修正レーボック式（左S-T, 右M-S）

参考文献

- ・運動量の定理の示唆に基づく刃形堰の水理検討, 羽田野ら, 土木学会論文集 B1 Vol. 70 (2014) No1
- ・鋭縁せきの流量係数に及ぼす堰高の影響, 京大防災研究所中川ら, 土木学会関西支部 1966