

エネルギー式標準逐次計算による準二次元不等流計算法

正会員 ○馬場洋二

1. はじめに

文献1)には、低水路粗度係数の逆算や、流下能力の検討に使用する計算手法は、「準二次元解析法」を用いることを基本とする、と書かれている。準二次元解析法は、河道断面内を横断形状や樹木群繁茂状況、粗度の状況から、顕著な流速差が生じると考えられる位置でいくつかの断面に分割し、分割断面ごとの平均流速を求めるのが主要部分である。不等流の縦断水位の計算には、マニング型の河床摩擦損失に加えて、縦断方向に壁面状態で存在する樹木群の流水抵抗を与え、運動量式から水面形を求める手法を示している。ここでは、「横断面内流速分布の計算」手法はそのまま使い、「縦断水位の計算」にはエネルギー式を使用する方法を提案する。その主たる目的は、準二次元解析法には、河道横断面内の流速分布をより合理的に計算できるメリットがあるので、その多様性確保や選択肢を増やし、長所を伸ばすことである。

2. 考え方

横断流速分布の計算には種々考えられるが、ここでは準二次元解析法のそれを使用する。すなわち、

$$\frac{n_i^2 u_i^2}{R_i^3} S_{bi} + \frac{\sum_{ji}(\tau_{ji}' S_{wji}')}{\rho g} + \frac{\sum_{ji}(\tau_{ji} S_{wji})}{\rho g} = A_i I \dots (1) \quad \frac{\tau_r}{\rho g R} = \frac{1}{\rho g A} \sum_i \left\{ \frac{\rho g n_i^2 u_i^2 S_{bi}}{R_i^{1/3}} + \sum_{ji}(\tau_{ji} S_{wji}) \right\} \dots (2)$$

また、主流方向の運動量式を適用し、流水への抵抗を(2)式のように算出し、縦断水位計算は次式で行う。

$$\left[H + \frac{1}{gA} \int u^2 dA \right]_2 - \left[H + \frac{1}{gA} \int u^2 dA \right]_1 = \frac{\Delta x}{2} \left\{ \left[\frac{\tau_r}{\rho g R} \right]_1 + \left[\frac{\tau_r}{\rho g R} \right]_2 \right\} \dots (3)$$

記号の意味は文献1)参照。なお、(3)式は、得られた運動量式を、そのまま数値的に解いていると考えられる。(2)式右辺の第二項は、文献1)では、 $\tau_{ji} = \rho f u_i^2$ と置き、 f を境界混合係数と称し、具体的な値を与えている。樹木群の壁面抵抗を表す。 f 値を評価すると(文献2)、

$$\tau_{ji} = \rho g R_i l_e' = \rho g R_i \left(\frac{h_l}{L} \right) = \rho g R_i \left(\frac{f'}{R_i} \right) \left(\frac{u_i^2}{2g} \right) = \rho f' \left(\frac{u_i^2}{2} \right) \quad (\text{但し、} h_l = f' \left(\frac{L}{R_i} \right) \left(\frac{u_i^2}{2g} \right)) \quad h_l \text{ は、距離 } L \text{ 間の摩擦}$$

損失水頭を表し、 f' は開水路流れにおける摩擦損失係数なので、 $f = 0.5 f'$ 程度と推定される。(2)式は運動量の式から導かれるもので、(3)式に見られるように、エネルギー勾配を表すと考えられる。ここでもエネルギー勾配と考えておく。すると、(2)式で表されるような横断流速分布を持つ流れの運動量補正係数 β とエネルギー補正係数 α は、夫々(4)となる(鉛直方向の流速分布は無視する)。

$$\beta = \frac{1}{A} \iint \left(\frac{u_i}{v} \right)^2 dA, \quad \alpha = \frac{1}{A} \iint \left(\frac{u_i}{v} \right)^3 dA \dots (4) \quad \frac{d}{dx} \left(H + \frac{\alpha v^2}{2g} \right) = -I_e (= -\frac{\tau_r}{\rho g R}) \dots (5)$$

ここに、 v : 断面全体の平均流速、 u_1 : 各分割断面内の平均流速、である。次に、 α を使用すれば、定義(5)式により、縦断水位の計算には通常標準逐次計算法が使えることになる。即ち、常流の場合、

$$\left[H + \frac{\alpha v^2}{2g} \right]_2 - \left[H + \frac{\alpha v^2}{2g} \right]_1 = \frac{\Delta x}{2} ([I_e]_1 + [I_e]_2) \dots (6)$$

但し、添字1は下流断面の既知水理量を、2は上流断面の未知水理量を表す。また、上流断面の水位 H_2 の仮定→横断流速分布計算(1)式→ α 値計算(4)式、続いて、(6)式で試行的に H_2 の正否を判断することになる。

3. 計算結果の例

キーワード：河川水理、準二次元解析、不等流計算、エネルギー式標準逐次計算法

連絡先：〒818-0036 福岡県筑紫野市光が丘 3-9-3 TEL/FAX 092-926-7211

(3)式と(6)式とで縦断水位計算結果とを比較した。分割断面やマンニング粗度係数などは共通にしてある。(3)式は運動量補正係数を織り込み済みの式であるから、ここで(6)式と比較することには意味がある。計算に使用したソフトは、縦断水位の打ち切り誤差 0.5mm、横断流速分布に関わる流量の収束誤差は 0.01% (いずれも公称)である。図一1、2 は、二つの人工河川について、(概略諸元は図中に示す)、二つの式による縦断水位計算結果の比較である。図一1 河川では総数 20 断面のうち、途中の 9,10,11,12 の 4 断面に樹木群があり、樹木群の抵抗力と流体間のせん断力とが作用する。樹木群存在の断面 9~12 区間の近傍では水位の凹凸が激しく、13 断面より上流では、背水の水位状況を呈する。一方図一2 河川は総数 15 断面で、樹木群は無く、流体間せん断力のみ作用がある。両図で黒実線はエネルギー式使用の(6)式の計算結果、茶実線は運動量式(3)での結果である。一見しての特徴は(3)式による計算水位は、総じて(6)式のそれより低い。速度水頭 (エネルギー式の) に相当する $\frac{1}{gA} \int u^2 dA$ が、(6)式の $\frac{av^2}{2g}$ に比して約 2 倍 の大きさとなることで低い水位を計算する原因の一つであろう。当然ながら、残りの (位置水頭+圧力水頭) H が低くならざるを得ない。また(2)式の検証 および(3)、(6)式の適用性について、現地観測データによる検討は常に必要と考えられる。

4. 結び

数値計算に必要な係数等の値は文献 1) を使わせて頂きました。記して感謝申し上げます。
 参考文献 1) 河道計画検討の手引き、(財) 国土技術研究センター、平成 15 年 2 月第 2 刷、2) 水理公式集 (昭和 60 年)、p14、摩擦損失

