

流速分布の変形を考慮した水深積分モデルの適用性に関する基礎的検討

京都大学大学院 学生員 ○千布 大暉  
 日本学術振興会 特別研究員 正会員 白井 秀和  
 京都大学大学院 教授 フェロー 細田 尚

1. はじめに

従来より、水深積分モデルによる流れの解析は、様々な流れ場を対象に適用される汎用性のある解析モデルの一つである。しかし、跳水や段波といった水面の不連続部での再現性が十分とは言えず、そのような再現性の改善を行う必要がある。これまでに、細田, Langhi<sup>1)</sup>は、流れ方向の流速分布の変形を考慮した簡易な水深積分モデルを示し、定常流である跳水流れを対象とした水面の再現解析を行っている。本研究では、この簡易モデルを従来の非定常流解析モデルに組み込み、跳水流れとダム破壊流れを対象とした解析を行い、そのモデルの適用性について検証する。

2. 流速分布の変形を考慮した解析モデル

従来の非定常流解析モデルは次式の通りである。

[連続式] 
$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

[運動量式] 
$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial \beta U Q}{\partial x} + gA \frac{\partial z_s}{\partial x} = -gA \frac{n^2 U |U|}{R^{4/3}} + D_{my} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \tag{2}$$

ここに、 $t$ : 時間,  $x$ : 空間座標,  $Q$ : 流量,  $\beta$ : 運動量補正係数,  $U$ : 水深平均流速,  $g$ : 重力加速度,  $z_s$ : 基準水平面からの水位,  $R$ : 径深,  $n$ : Manning の粗度係数であり本研究の解析では 0.01 を用いる。  $A$ : 流水断面積であり、水深  $h$  と水路幅  $B$  を用いて  $h \times B$  で表される。また、 $D_{my}$ : 鉛直方向の渦動粘性係数は、単位幅流量  $q$  と動粘性係数の係数  $\alpha=0.09$  を用いて  $\alpha \times q$  とする。

これに、細田, Langhi<sup>1)</sup>の簡易モデルを組み込む。このモデルでは、流れ方向の流速  $u$  を次式に示すように相対水深  $\eta$  のべき乗展開で表せると仮定している。

$$u = u_0 + u_2 \eta^2 \tag{3}$$

ここに、 $u$ : 流れ方向の流速,  $\eta$ : 相対水深(=  $y/h$ ) である。

細田, Langhi は、この式(3)を連続式及び運動方程式

に代入し、 $\eta$  のべき乗ごとに整理することで  $u_0, u_2$  の関係式が導き、最終的に、次式に示すような流速分布の変形を考慮した運動量フラックスを近似的に導出している。

$$M = \frac{q^2}{h} + \frac{1}{2} gh^2 + \frac{1}{45 D_{my}^2} h \left[ \left( gh^2 - \frac{q^2}{h} \right)^2 \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 - \frac{q}{3 D_{my}} \left( gh^2 - \frac{q^2}{h} \right) \left( gh^2 + 2 \frac{q^2}{h} \right) \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^3 + \frac{1}{36 D_{my}^2} \left\{ 2h \left( gh^2 - \frac{q^2}{h} \right)^2 \left( 2gh^2 + \frac{q^2}{h} \right) + q^2 \left( gh^2 + 2 \frac{q^2}{h} \right)^2 \right\} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^4 \right] \tag{4}$$

ここに、 $M$ : 運動量フラックス,  $q$ : 単位幅流量である。

この式からわかるように、流速分布を考慮することで、右辺三項以降の項が運動量フラックスに付加されている。この付加された項を非定常流解析モデルである式(1), (2)に組み込むために、式(2)の右辺に次式を付加する。

$$-\frac{1}{45 D_{my}^2} \frac{\partial}{\partial x} A \left[ \left( gh^2 - \frac{q^2}{h} \right)^2 \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 - \frac{q}{3 D_{my}} \left( gh^2 - \frac{q^2}{h} \right) \left( gh^2 + 2 \frac{q^2}{h} \right) \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^3 + \frac{1}{36 D_{my}^2} \left\{ 2h \left( gh^2 - \frac{q^2}{h} \right)^2 \left( 2gh^2 + \frac{q^2}{h} \right) + q^2 \left( gh^2 + 2 \frac{q^2}{h} \right)^2 \right\} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^4 \right] \tag{5}$$

この式(5)は、定常流かつ単位幅流量が空間的に一定と仮定して導かれたものである。本研究では、非定常流を扱う場合には式(5)ではなく、単位幅流量が空間的に一定と仮定しない次式を用いることにする。

キーワード 水深積分モデル, 開水路流れ, 数値解析  
 連絡先 〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂 C1-3 河川流域マネジメント工学講座

TEL075-383-3269

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{45D_{my}^2} \frac{\partial}{\partial x} A \left[ \left( gh^2 \frac{\partial h}{\partial x} + Uh^2 \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 \right. \\
 & -\frac{h^2}{3D_{my}} \left( gh^2 \frac{\partial h}{\partial x} + Uh^2 \frac{\partial U}{\partial x} \right) \left. \left\{ 2Uh^2 \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + (gh^2 + 2U^2h) \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + 2ghU \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right\} \right. \\
 & \left. + \frac{h^4}{36D_{my}^2} \left\{ 2Uh^2 \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + (gh^2 + 2U^2h) \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + 2ghU \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right\} \right. \\
 & \times \left\{ 2Uh^2 \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + (gh^2 + 2U^2h) \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} \right. \\
 & \left. + 2ghU \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + 2h^2 (2U^2h + gh^2) \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial h}{\partial x} \right. \\
 & \left. \left. + 4gUh^2 \frac{\partial U}{\partial x} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + 2g^2h^3 \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^3 \right\} \right] \quad (6)
 \end{aligned}$$

ただし、この式(6)においても、非定常項による影響は無視されており、これについては今後の課題である。

### 3. 跳水流れへの適用

以上の式を用いて、有限体積法による解析を行い、その適用性について検証する。まず、Madsen and Svendsen<sup>2)</sup>によって行われた跳水流れの実験(上流端水深  $h_1=7.3 \times 10^{-2}$  m, 下流端水深  $h_2=1.8 \times 10^{-1}$  m, 上流端フルード数 1.97) に適用する。

図-1 は、跳水路の水深の空間分布を示したものである。Cal-1.1 は、式(1)と式(2)から粘性項を無視した式による解析、Cal-1.2 は、式(1)と式(2)による解析、Cal-1.3 は、式(1)と式(2)に式(5)の項を加えた式の解析結果である。流速分布の変形を考慮した Cal-1.3 は、点線で示している細田, Langhi<sup>1)</sup>による解析解とおおよそ一致し、四角で表した実験値に比較的近い傾向を示しており、流速分布の変形による効果を確認することができる。

### 4. ダム破壊流れへの適用

つぎに、4 m の水槽の片側 2m に水深 0.1m, もう一方には水深 0.03m の水が静止した状態を初期条件として、ダム破壊流れの解析を行う。計算ケースとして、Cal-2.1~Cal-2.3 は、それぞれ Cal-1.1~Cal-1.3 と同じ式を用いた解析を行う。また、Cal-2.4 は流速分布の変形による付加項として、式(6)を用いた解析である。ま

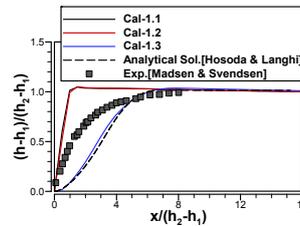


図-1 跳水路の水深の空間分布

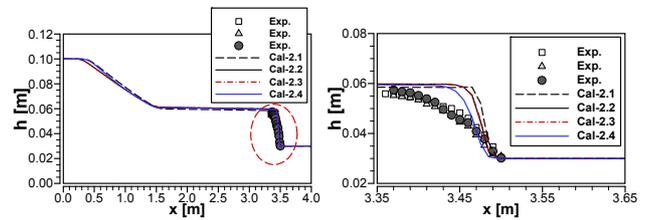


図-2 ダム破壊流れの水深の空間分布

た、今回の対象は、単位幅流量  $q$  が非常に小さいもしくはゼロとなる領域が存在するため、渦動粘性係数  $D_{my}$  は、一定の値 0.027 として解析を行う。

図-2 は、段波の先端が  $x = 3.5$  m 地点を通過したときのダム破壊流れの水深の空間分布と段波周辺を拡大したものである。Cal-2.1 と Cal-2.2 の比較から、粘性項の影響により段波周辺で水面勾配が若干緩やかになっているが、Cal-2.2 と Cal-2.3 の比較から、流速分布の変形による影響が小さいように見られることがわかる。しかし、式(6)を用いた Cal-2.4 では、段波周辺の水面勾配がより緩やかになっていることが確認でき、一定の効果があることがわかる。しかし、実験値ほど緩やかな水面勾配とはならず、非定常項による影響の考慮などさらなる改善が必要である。

### 5. おわりに

本研究では、流速分布の変形を考慮した水深積分モデルを用いて跳水流れとダム破壊流れの解析を行い、流速分布の変形による効果を確認することができた。しかし、実験値と十分に一致しているとは言い難く、運動量フラックスの近似方法の検討や非定常項による影響の考慮などが今後の課題である。

### 参考文献

- 1) 細田尚, Manoj Langhi : 簡易な水深積分モデルによる跳水路の水面形の再現解析について, 土木学会論文 文集 B1(水工学), Vol.69, No.4, pp. I\_883-888 2013.
- 2) Madsen, P.A. and Svendsen, I.A.: Turbulent bores and hydraulic jumps, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.129, pp.1-25, 1983.