

浅水流型格子ボルツマン法を用いた開水路流れ解析に関する基礎的検討

京都大学大学院 学生員 ○益井 大樹
 京都大学大学院 助教 正会員 音田 慎一郎
 京都大学大学院 教授 フェロー 細田 尚

1. はじめに

流体解析法の1つとして格子ボルツマン法が挙げられる。格子ボルツマン法は基礎的に Navier-Stokes 式を用いる従来の数値解析法とは異なり、対象領域を計算格子で表し、その格子点での仮想的な粒子の分布関数を時間発展的に解く手法である。近年、新しい解析法として急速に進歩を遂げているものの、格子ボルツマン法の種々の現象に対する適用性についてはまだまだ十分に検討されていない。そこで本研究では、格子ボルツマン法の開水路流れ解析への適用性を考察するため、ダム破壊流れと角柱を有する流れ場の数値解析を行い、モデルの妥当性を検証する。

2. 数値解析法¹⁾

格子ボルツマン法の基礎式は次式の通りである。

$$f_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = f_\alpha(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau_i} [f_\alpha(\mathbf{x}, t) - f_\alpha^{(0)}(\mathbf{x}, t)] + \frac{\Delta t}{N_\alpha e^2} e_{\alpha i} \left[-gh \frac{\partial z_b}{\partial x_i} - \frac{\tau_{bi}}{\rho} \right] \quad (1)$$

ここに、 t : 時間, \mathbf{x} : 位置ベクトル, x_i : 空間座標, Δt : 時間刻み, f_α : 分布関数, $f_\alpha^{(0)}$: 局所平衡分布関数, \mathbf{e}_α : 粒子の並進速度, $e(=\Delta x/\Delta t)$: 速度の大きさ, Δx : 格子の単位長さ, h : 水深, g : 重力加速度, z_b : 基準面からの河床高, ρ : 水の密度, τ_{bi} : x_i 方向の底面せん断応力, τ_i : 単一緩和時間係数, 添字 α は粒子の速度の方向や大きさを表す指標をすべて含んだ記号であり, $N_\alpha, \mathbf{e}_\alpha, f_\alpha^{(0)}$ は図-1 のような 2 次元正方形格子の場合, 以下のよう表される。

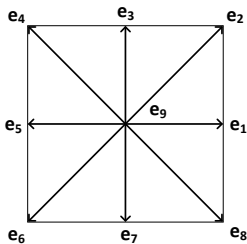


図-1 9-speed 正方格子

$$N_\alpha = \frac{1}{e^2} \sum_{\alpha} e_{\alpha i} e_{\alpha i} = 6 \quad (2)$$

$$\mathbf{e}_\alpha = \begin{cases} e \begin{bmatrix} \cos \frac{(\alpha-1)\pi}{4}, \sin \frac{(\alpha-1)\pi}{4} \end{bmatrix}, & \alpha = 1,3,5,7 \\ \sqrt{2}e \begin{bmatrix} \cos \frac{(\alpha-1)\pi}{4}, \sin \frac{(\alpha-1)\pi}{4} \end{bmatrix}, & \alpha = 2,4,6,8 \\ (0,0), & \alpha = 9 \end{cases} \quad (3)$$

$$f_\alpha^{(0)} = \begin{cases} \frac{gh^2}{6e^2} + \frac{h}{3e^2} e_{\alpha i} u_i + \frac{h}{2e^4} e_{\alpha i} e_{\alpha j} u_i u_j - \frac{h}{6e^2} u_i u_j, & \alpha = 1,3,5,7 \\ \frac{gh^2}{24e^2} + \frac{h}{12e^2} e_{\alpha i} u_i + \frac{h}{8e^4} e_{\alpha i} e_{\alpha j} u_i u_j - \frac{h}{24e^2} u_i u_j, & \alpha = 2,4,6,8 \\ h - \frac{5gh^2}{6e^2} - \frac{2h}{3e^2} u_i u_j, & \alpha = 9 \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 u_i : 水深平均流速の x_i 方向成分である。また、底面せん断応力の評価には、ダム破壊流れ解析では Manning の粗度係数 $n(=0.01)$ を、角柱を有する流れ解析では摩擦損失係数 f を用いて算出する。

水深 h と x_i 方向の水深平均流速 u_i は局所平衡分布関数 $f_\alpha^{(0)}$ を用いて以下で表される。

$$h = \sum_{\alpha} f_\alpha^{(0)} \quad (5)$$

$$u_i = \frac{1}{h} \sum_{\alpha} e_{\alpha i} f_\alpha^{(0)} \quad (6)$$

上下流端の境界条件として上流端で流量を、下流端で水位を与え、固体壁面での境界条件として Semi-slip 条件と No-slip 条件を用いる。

3. ダム破壊流れへの適用

以上の式を用いて格子ボルツマン法の適用性を検証する。まず、開水路流れの典型的な問題としてダム破

壊流れを取り扱う。長さ 4m の水槽の中央に隔壁を設け、隔壁より左側 2m の水深を 0.1m、右側の水深を 0.03m として隔壁を瞬間的に引き上げ、ダム破壊流れ解析を行う。図-2 は 0.4 秒後のダム破壊流れの水深の空間分布を表したものであり、理論解にほぼ一致していることがわかる。

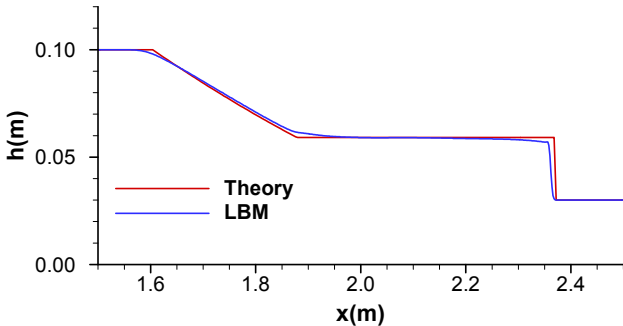


図-2 ダム破壊流れの水深の空間分布

4. 角柱を有する流れ場への適用

次に木村ら²⁾によって行われた角柱周辺の流れに関する模型実験に適用する。図-3 に角柱周りの流れ場の概念図を示す。計測内容は水深の中心における流速と水深の空間分布である。

計算結果における流れ場の時間変化を図-4 に示す。角柱背後に渦が形成し、下流に移動している様子が確認できる。図-5 は 80 秒間で時間平均をとった計算結果を用いて、縦断面内の水面形を比較したものである。角柱の上流側での水面形の再現性は高いが、下流側での再現性が十分ではなく水面の変動を捉えきれていない。

図-6 は時間平均流速を用いて、流速の横断分布の比較を示したものである。角柱の影響が比較的少ないと考えられる断面(m)では、流速をわずかに過小評価しているものの、分布形は概ね再現できている。一方、角柱の下流側断面(n)では、急激な流速変化を捉えきれず、実験結果に比べて緩やかな変化を示しているものの、水深積分モデルを用いた平面 2 次元解析結果²⁾と比較すると同様の精度で流れ場を再現できた。

5. おわりに

本研究では、浅水流型格子ボルツマン法を用いてダム破壊流れと角柱周りの流れ解析を行い、格子ボルツマン法の適用性について検証した結果、概ね実験結果を再現できることを示した。今後、角柱流れにおける水面変動などの非定常特性について検討していきたい。

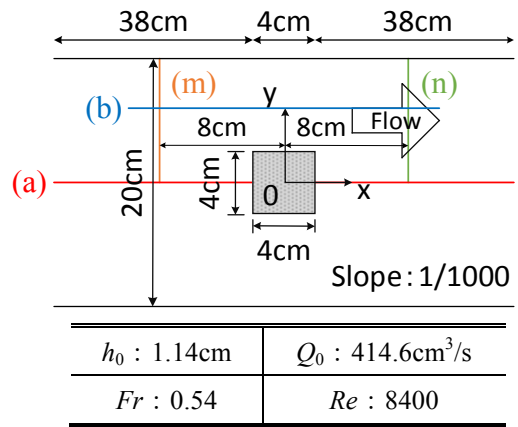


図-3 角柱周りの流れ場の概念図

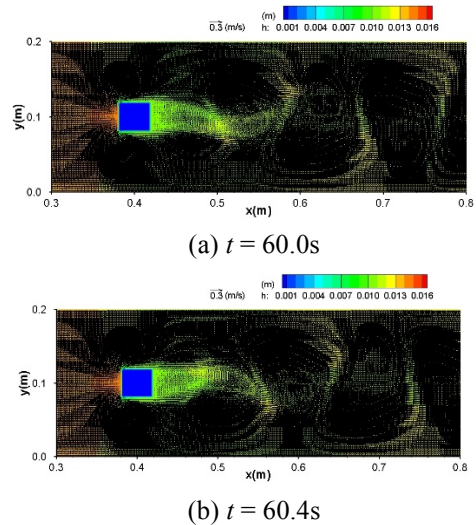


図-4 角柱周りの流れ場の時間変化

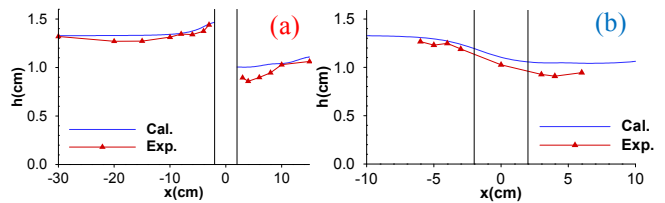


図-5 縦断面内の水面形の比較

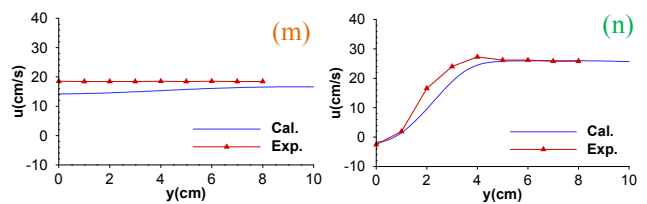


図-6 流速の横断分布の比較

参考文献

- 1) Zhou, J. G.: Lattice Boltzmann Methods for Shallow Water Flows, Springer, 2004.
- 2) 木村一郎, 細田尚:非線形 k-εモデルによる開水路流れにおける大規模渦運動の三次元解析, 四日市大学環境情報論集, Vol.2, No.2, pp.135-162, 1999.