

階段状水路における nonaerated skimming flow のエネルギー

日大院理工 学生会員 ○山元雄生
 日大理工 正会員 高橋正行
 日大理工 フェロー 大津岩夫

急傾斜地の水路や堰・ダムを流下する高速流を傾斜面上で減勢させる方法として階段状水路は利用されている^{1),2)}。階段状水路に流入して skimming flow (各ステップ隅角部で常に渦の形成される流況¹⁾) が形成された場合、底面から乱流境界層が発達し、ある程度の距離を流下した断面で乱流境界層が水面に到達する(図1)。この断面を inception point (以下 I.P. と略す) という。この断面より下流側では水面から空気が混入し aerated flow となる。

低いダムや embankment dam などの階段状洪水吐や階段状落差工で大流量の越流が生じたとき、水路上の流れが全て nonaerated skimming flow の流況となり、この場合の対応が水工設計上必要となる。現在、nonaerated skimming flow の水深、流速、および比エネルギーの大きさについては不明であり、これらを知ることは水工設計上重要である。

本研究では、embankment dam で多く用いられる水路傾斜角度 $\theta = 19^\circ, 30^\circ$ の階段状水路の不等流区間の nonaerated skimming flow を対象に、水深、流速、比エネルギーを明らかにした。

実験

Nonaerated skimming flow の流速 u の測定にはピトー管(管径 3mm:JIS-B8330 規格)、水深 d の測定にはポイントゲージを用い、表1に示す条件の下で実験を行った。

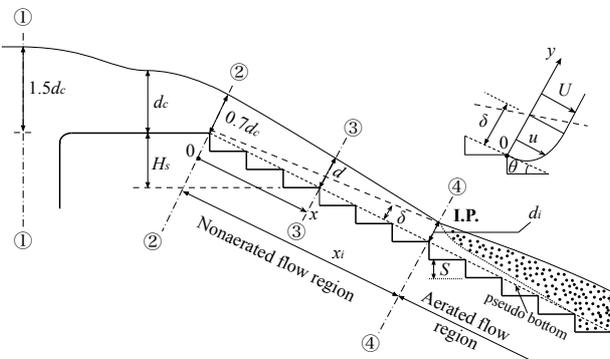


図1: skimming flow における流れの領域図

表1: 実験条件

| θ | S (cm) | H_{dam} (cm) | S/d_c |
|----------|-------------|-------------------|---------|
| | 0.0 | 36.0 | 0.0 |
| 19° | 1.5 | 60.0 | 0.2~0.3 |
| 30° | 3.0 | 60.0 | 0.4~0.5 |
| | 6.0 | 60.0 | 0.8~0.9 |

H_{dam} : 階段状水路の落差

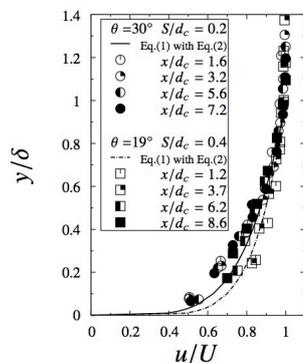


図2: 流速分布

流速分布

nonaerated skimming flow の乱流境界層内の流速分布を $u/U = f(y/\delta, \theta, S/d_c, x/d_c)$ の関係で整理した一例を図2に示す。ここに、 δ は乱流境界層厚さ、 U は乱流境界層外縁流速である。なお、 δ は $u = 0.99U$ となる高さとして定義している。図2に示されるように、乱流境界層内の流速分布は次式に示す $1/N$ 乗則で近似され、 N の値は流下距離 x/d_c に関わらず一定である。

$$u/U = (y/\delta)^{1/N} \quad (0 \leq y \leq \delta) \quad (1)$$

Aerated flow における流速分布 ($u/u_{0.9} = (y/y_{0.9})^{1/N}$) の N の値を求める実験式は(2)式のように提案されている²⁾。ここに $y_{0.9}$ および $u_{0.9}$ はそれぞれ、空気混入率が 90% となる高さとして $y = y_{0.9}$ での流速を表している。

$$N = 14\theta^{-0.65} \frac{S}{d_c} \left(\frac{100}{\theta} \frac{S}{d_c} - 1 \right) - 0.041\theta + 6.27 \quad (2)$$

(2) 式を(1)式に代入して得られた u/U を図2の各線で示す。図に示されるように、各線は実験値をほぼ満足している。これより、 N の値は空気混入の有無や x/d_c に関わらず、与えられた θ と S/d_c によって(2)式から求められる。

乱流境界層の発達状態

平坦な傾斜水路において、 δ は次式によって示される³⁾。

$$\delta/x = a(x/k)^{-b} \quad (3)$$

ここに、 a, b は定数、 k は壁面の平均凹凸高さである。階段状水路の skimming flow においては、 k を階段の凹凸(図1)とすると $k = S \cos \theta$ となる。 $q = \int_0^d u dy = U[d - \delta^*]$ より次式が得られる。ここに δ^* は排除厚さである。

$$U = q/(d - \delta^*)^{-1} = q\{d - \delta/(N + 1)\}^{-1} \quad (4)$$

I.P. ($x = x_i$) では、 $d = \delta = d_i, U = U_i$ であるから、これらを(3), (4)式に代入すると、

$$d_i = a(x_i^{-b+1}/k^{-b}), \quad (5)$$

$$U_i = \{(N + 1)/N\}(q/d_i) \quad (6)$$

となる。ここに、 x_i は階段傾斜始端から I.P. までの流下距離、 d_i は I.P. の水深、 U_i は I.P. での水表面の流速である。

図1に示される断面①、②間においてエネルギー損失を無視できるものと仮定すると、階段状水路の傾斜始端(断面②)における全水頭は堰上流側(断面①)の全水頭と等しい。境界層外ではポテンシャル流として流れを取り扱えることを考慮して、断面②と断面④の間で自由水面の流線に沿ってベルヌーイの定理を適用する。また、限界流速 $V_c (= q/d_c = \sqrt{gd_c})$ で無次元化し、 $(x_i/d_c) \sin \theta \gg \{1.5 - (d_i/d_c) \cos \theta\}$ とすると、

$$U_i/V_c = \sqrt{2(x_i/d_c) \sin \theta} \quad (7)$$

キーワード: 階段状水路, nonaerated skimming flow, 流速分布, 乱流境界層, 水面形方程式, 比エネルギー

連絡先: 〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8 日本大学理工学部土木工学科 Email: masayuki@civil.cst.nihon-u.ac.jp

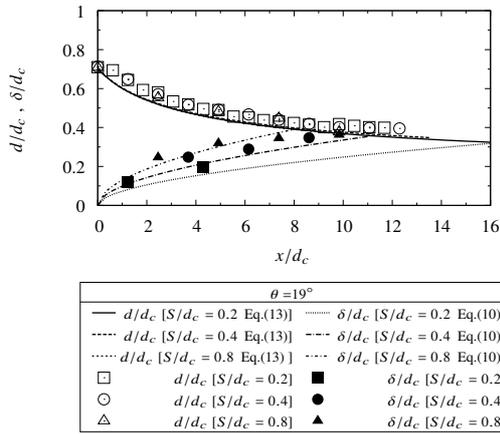


図3: 水深および乱流境界層厚の流下方向変化

となる。(5)式および(7)式を(6)式に代入すると、

$$\frac{x_i}{k} = \left(\frac{1+N}{N} \frac{1}{a\sqrt{2}} \right)^{1/(1.5-b)} F_*^{1/(1.5-b)} \quad (8)$$

が得られる。ここに、 F_* は roughness Froude number であり、 $F_* = q/\sqrt{g \sin \theta k^3}$ で定義される。

x_i/k の実験式は次式のように提案されている⁴⁾。

$$x_i/k = 5.0F_*^{0.97} \quad (19^\circ \leq \theta \leq 30^\circ) \quad (9)$$

(8)式および(9)式より、 $a = 0.135(1+N)/N$ 、 $b = 0.469$ となり、それらの値を(3)式に代入し、 $[\delta/d_c = f(x/d_c, S/d_c, \theta)]$ の関係で整理すると(10)式になる。

$$\frac{\delta}{d_c} = 0.135 \frac{1+N}{N} \left\{ \left(\frac{S}{d_c} \right) \cos \theta \right\}^{0.469} \left(\frac{x}{d_c} \right)^{0.531} \quad (10)$$

水面形

各ステップエッジを結んだ仮想底面(図1)を考え、階段状水路の傾斜始端(図1の断面②)と評価断面($x = x$, 図1の断面③)間の自由水面の流線に沿ってポテンシャル流のベルヌーイの定理を適用すると次式が得られる。

$$1.5d_c + x \sin \theta = d \cos \theta + (U^2/2g) \quad (11)$$

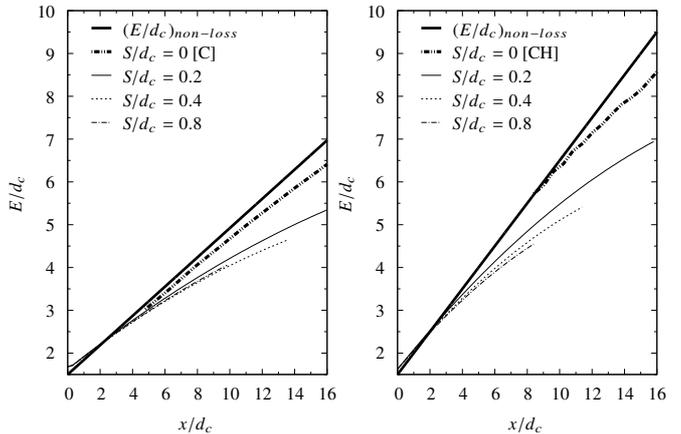
(4)式を(11)式に代入し、流下距離 x で微分すると、

$$\frac{dd}{dx} = \frac{\sin \theta - \frac{d_c^3}{(d-\delta^*)^3} \frac{d\delta^*}{dx}}{\cos \theta - \frac{d_c^3}{(d-\delta^*)^3}} \quad (12)$$

となる。(12)式を積分し、後述の実験結果から $x = 0$ のとき $d/d_c \approx 0.7$ と $\delta^*/d_c \approx 0$ を適用し、さらに $\delta^* = \delta/(1+N)$ を代入すると、解析的な水面形方程式 [(13)式] が得られる。

$$\frac{d}{d_c} = \frac{1}{1+N} \left(\frac{\delta}{d_c} \right) + \left[(0.7)^{-2} + 2 \left\{ \left(\frac{x}{d_c} \right) \sin \theta - \left(\frac{d}{d_c} - 0.7 \right) \cos \theta \right\} \right]^{-0.5} \quad (13)$$

図3に nonaerated skimming flow の境界層の発達と水面形の一例を示す。図3に示されるように、(10)式より求めた δ/d_c と(13)式より求めた d/d_c の値は実験値とほぼ一致している。これより、与えられた $x/d_c, \theta, S/d_c$ に対して nonaerated skimming flow の境界層発達は(10)式、水面形は(13)式で求められる。



(a) θ = 19° (b) θ = 30°

図4: 比エネルギーの流下方向変化 [C: Castro-Orgaz(2009)⁵⁾, CH: Castro-Orgaz and Hager(2010)⁶⁾]

比エネルギー

Nonaerated flow のエッジ断面における比エネルギー E は、エッジ断面での圧力を静水圧分布と仮定すると、

$$E = d \cos \theta + \alpha(V^2/2g) \quad (14)$$

で示される。ここに、 $V (= q/d)$ は断面平均流速、 α はエネルギー補正係数であり、(1)式を用いると(15)式で求められる。

$$\alpha = \frac{1}{d} \left\{ \int_0^\delta \left(\frac{u}{V} \right)^3 dy + \int_\delta^d \left(\frac{U}{V} \right)^3 dy \right\} = \frac{\left(1 - \frac{3}{N+3} \frac{\delta}{d} \right)}{\left(1 - \frac{1}{N+1} \frac{\delta}{d} \right)^3} \quad (15)$$

α および d/d_c が求められると、nonaerated skimming flow の相対比エネルギー E/d_c は次式で得られる。

$$E/d_c = (d/d_c) \cos \theta + (\alpha/2)(d/d_c)^{-2} \quad (16)$$

図4に比エネルギーの流下方向変化を示す。理想流体の場合(図中太線)との差が、エネルギー損失の大きさを表している。nonstep ($S/d_c = 0$) の場合、 $x/d_c \geq 8 \sim 10$ において、理想流体の比エネルギーとの差が生じる。一方、階段状水路の場合、 $x/d_c \geq 3 \sim 4$ になると理想流体の比エネルギーとの差が生じる。すなわち、階段状水路は短区間でエネルギー損失が生じる。また、 $x/d_c \geq 3 \sim 4$ のとき、与えられた x/d_c と θ に対して S/d_c が増加すると E/d_c は小さくなる。以上より、階段状水路の nonaerated skimming flow の領域においても、aerated flow と同様^{1),2)} に階段によるエネルギー減勢効果の生じる範囲とその程度が明らかとなった。

謝辞: 著者の一人(高橋正行)は本研究の一部に科研費(24560028)および日本大学理工学部応用科学研究助成金の助成を受けた。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- Ohtsu, I., Yasuda, Y., Takahashi, M.: "Flow characteristics of skimming flows in stepped channels.", *J. Hyd. Eng.*, 130(9), 860-869, 2004.
- Takahashi, M., Ohtsu, I.: "Aerated flow characteristics of skimming flow over stepped chutes.", *J. Hyd. Res.*, 50(4), 427-434, 2012.
- Bauer, W. J.: "Turbulent boundary layer on steep slopes" *Trans. ASCE* 119, 1212-1233, 1954.
- 高橋正行, 大津岩夫: "階段状水路における nonaerated skimming flow", 土木学会論文集 B1 (水工学), 70(4), pp.1_781-I_786, 2014.
- Castro-Orgaz, O.: "Hydraulics of developing chute flow", *J. Hyd. Res.*, 47(2), 185-194, 2009.
- Castro-Orgaz, O., Hager, W. H.: "Drawdown curve and turbulent boundary layer development for chute flow", *J. Hyd. Res.*, 48(5), 591-602, 2010.