

着氷雪電線の鉛直 1 自由度系ギャロッピングにおけるリミットサイクル振幅評価

電力中央研究所 正会員 ○松宮 央登
 電力中央研究所 非会員 西原 崇
 京都大学 正会員 八木 知己

1. はじめに

氷雪が付着した送電線において、ギャロッピングと呼ばれる大振幅の電線振動が発生することがある。送電線のギャロッピングの応答特性を評価する際には、空気力は一般的に準定常理論に基づいて定式化され、応答に対して非線形性を有する外力が作用する。非線形振動系ではリミットサイクル振動や応答振幅の初期振動依存性がみられ、Parkinson and Smith¹⁾は鉛直 1 自由度 1 質点系において正方形断面の空気力を準定常理論に基づいて多項式近似することで、空気力の非線形性に起因するリミットサイクル振幅を理論的に導出している。

本研究では、着氷雪 4 導体電線における空気力の非線形性に起因する応答特性を分析するために、鉛直 1 自由度 1 質点系を対象とした時刻歴応答解析を実施した。時刻歴応答解析では、応答振幅が定常となる安定なリミットサイクルに加えて、初期振動の大きさを変化させることにより不安定なリミットサイクルを特定した。また、定常振動時の 1 周期に系に作用する力のエネルギー収支から、リミットサイクル振幅を評価する。

2. 時刻歴応答解析

対象とした着氷雪 4 導体電線を図 1 に、空気力係数²⁾ (C_L は揚力係数, C_D は抗力係数) および Den Hartog の条件 ($=C_D+dC_L/d\theta$)³⁾を図 2 に示す。本研究では、空気力を準定常理論に基づき定式化し、鉛直変位 y に関する以下の運動方程式を用いて、4 次のルンゲ・クッタ法による時刻歴応答解析を行った。

$$m\ddot{y} + 2m\zeta_{y0}\omega_{y0}\dot{y} + m\omega_{y0}^2y = F_y \tag{1}$$

$$F_y = \frac{1}{2}\rho U_r^2 A_l l (C_L(\phi)\cos\alpha + C_D(\phi)\sin\alpha) \tag{2}$$

$$U_r = \sqrt{U^2 + \dot{y}^2}, \phi = \theta_0 + \alpha, \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{-\dot{y}}{U}\right) \tag{3}$$

ここで、 m は電線質量, ω_{y0} は固有角振動数 ($=2\pi f_{y0}$), f_{y0} は固有振動数, ζ_{y0} は構造減衰比, ρ は空気密度, U は風速, A_l は代表長さ ($=4D$), D は電線直径, l は電線長さ, θ_0 はねじれ角である。また、 F_y は揚力 (y 軸方向の空気力), U_r は相対風速, ϕ は相対迎角, α は鉛直速度に起因する相対迎角の変化である。解析条件を表 1 に示す。本研究では、まず各ねじれ角 θ_0 において鉛直変位の静的つり合い変位 y_0 を算出した。時刻歴応答解析では、静的つり合い位置から変位量 $\Delta y_0 = 0-2.0\text{m}$ (0.05m 刻み) を初期値として与え (初期変位は $y_0 + \Delta y_0$)、過渡期を経て応答が定常になった時刻のデータを用いて応答特性を評価した。

ねじれ角 $\theta_0 = 20-38$ 度では、応答振幅が定常となるギャロッピングが発生し、安定なリミットサイクルが形成された。また、ねじれ角 $\theta_0 = 25-38$ 度では、初期振動に依存する応答振幅が得られることから、不

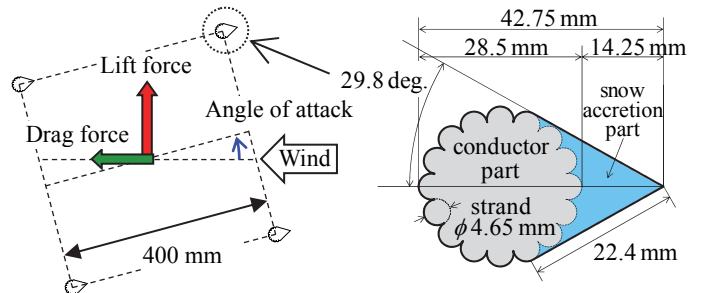


図 1 着氷雪 4 導体電線形状

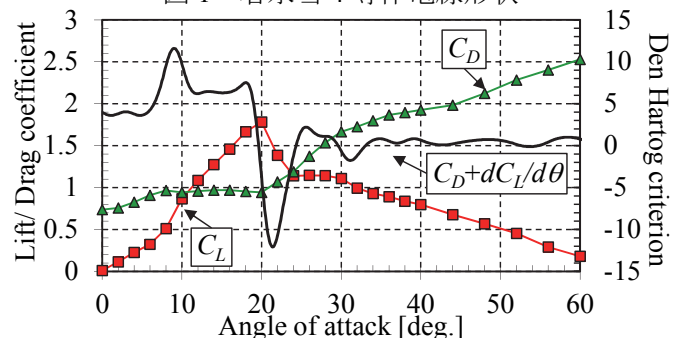


図 2 揚力・抗力係数²⁾および Den Hartog の条件値

表 1 解析諸元

m	7.094 kg	l	1.0 m
B	0.400 m	D	0.0285 m
f_{y0}	0.393 Hz	ζ_{y0}	0.5 %
U	10.0 m/s	θ_0	0 - 45 deg.
ρ	1.225 kg/m ³	Δy_0	0-2.0 m

キーワード 4 導体電線, ギャロッピング, リミットサイクル, エネルギー収支

連絡先 〒270-0021 千葉県我孫子市我孫子 1646 一般財団法人電力中央研究所 地球工学研究所 TEL04-7182-1181

安定なリミットサイクルが存在することが確認された。図3に時刻歴応答解析から得られた安定・不安定なリミットサイクルの片振幅を示す。安定なリミットサイクルとして、各ねじれ角における定常振動が発生した際の振幅を示した。一方、不安定なリミットサイクルは、各ねじれ角において定常振動が発生した初期変位 Δy_0 の最小値を示した。ねじれ角 $\theta_0 \geq 20$ の範囲では、ねじれ角に伴い応答振幅が大きくなるが、ねじれ角 $\theta_0 \geq 25$ の範囲では、振動が発生するために必要な初期変位も大きくなることからわかる。

3. 1周期におけるエネルギー収支による振幅評価

応答変位が正弦波 ($y = Y_G \sin \omega_{y0} t$) と仮定すると、物体に作用する力が1周期に物体に与えるエネルギー E_T は、以下のように表される。

$$E_T = \int_0^{2\pi} \{F_y(Y_G, t) \cdot Y_G \omega_{y0} \cos \omega_{y0} t\} dt - 2\pi m \zeta_{y0} \omega_{y0}^2 Y_G^2 \quad (4)$$

式(4)の第1項は変動空気力がする仕事、第2項は構造減衰がする仕事である。振幅が定常となる場合には両者がつり合い、 $E_T = 0$ となる。一方、ある片振幅 Y_G を仮定して E_T を計算すると、 $E_T > 0$ の場合にはそれより振幅が大きくなり、 $E_T < 0$ の場合にそれより振幅が小さくなることを意味する。各ねじれ角 θ_0 において、片振幅 Y_G を変数にして E_T を計算し、 $E_T > 0$ となる範囲(図中塗りつぶし)を図3に併記する。

$E_T > 0$ となる範囲の下端(図中破線)以上の振幅に達する初期振動を与えると振動が発生することを意味して、不安定なリミットサイクルに相当する。一方、 $E_T > 0$ となる範囲の上端(図中実線)が定常振動時の応答振幅を意味して、安定なリミットサイクルに相当する。時刻歴応答解析から得られた安定・不安定なリミットサイクルは、 $E_T > 0$ となる範囲の上下端と概ね一致しており、正弦波を仮定した1周期におけるエネルギー収支により、リミットサイクル振幅の評価が可能ことが確認された。

式(4)に式(2), (3)を代入して整理すると、 $E_T > 0$ の条件は無次元化された式で以下のように表される。

$$\int_0^{2\pi} \left\{ \sqrt{1 + (Y_G^*/U^*)^2} \cos^2 \psi (C_L(\phi) - C_D(\phi) \cdot (Y_G^*/U^*) \cos \psi) \right\} \cos \psi d\psi - S_c / U^* \cdot (Y_G^*/U^*) > 0 \quad (5)$$

$$\phi = \theta_0 - \tan^{-1} \left((Y_G^*/U^*) \cos \psi \right), Y_G^* = Y_G / A_l, U^* = U / (A_l \omega_{y0}), S_c = (4\pi m \zeta_{y0}) / (\rho A_l^2 l) \quad (6)$$

ここで、 Y_G^* は無次元振幅、 U^* は無次元風速、 S_c はスクルートン数であり、 $E_T > 0$ となる無次元振幅は、無次元風速・スクルートン数で決まる量であることがわかる。また、 S_c / U^* が十分に小さい場合(無次元風速が高い場合、減衰が小さい場合)には、 $E_T > 0$ の範囲は $Y_G^*/U^* (= Y_G \cdot \omega_{y0} / U)$ の関数として定義されるため、リミットサイクル振幅は、固有角振動数 ω_{y0} に反比例して風速 U に比例する値となる。これらの関係は、Parkinson and Smith¹⁾が空気力を多項式近似することにより導出した結果と一致する。また、ある断面(揚力・抗力係数)の各ねじれ角 θ_0 に対して、 Y_G^*/U^* に対する式(5)の積分値をあらかじめ計算しておけば、構造諸元や風速が変化した際にも時刻歴応答解析を都度行わなくても、 $E_T = 0$ となる条件から応答振幅 Y_G を容易に算出できる。

4. まとめ

着氷雪4導体電線の鉛直1自由度系振動における安定・不安定なリミットサイクル振幅を評価できる式を、正弦波を仮定した1周期におけるエネルギー収支から導出し、応答特性の簡易評価につながることを示した。

参考文献

- 1) G. V. Parkinson, J. D. Smith, "The square prism as an aeroelastic non-linear oscillator", The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, vol. 17.2, pp. 225-239, (1964)
- 2) 松宮央登, 清水幹夫, 西原崇, 「着氷雪時の単導体・4導体送電線の定常空気力特性に関する研究」, 構造工学論文集, Vol. 56A, pp. 588 - 601, (2010)
- 3) J.P. Den Hartog, "Mechanical vibrations", McGraw-Hill, (1956)

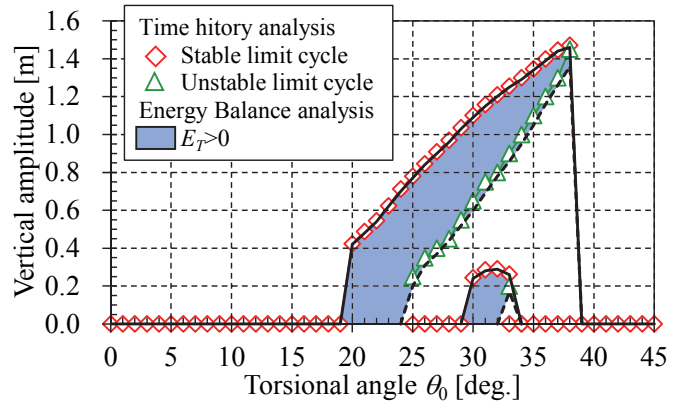


図3 安定・不安定なリミットサイクルとエネルギー収支 $E_T > 0$ の範囲の比較