

## ウェーブレット係数の最適化による非線形応答スペクトル適合波形の合成方法

鉄道総合技術研究所 正会員 ○坂井公俊, 室野剛隆  
 京都大学防災研究所 正会員 澤田純男

## 1. はじめに

強震動予測手法によって評価される地震動波形には多くの不確実性が含まれており, 想定するシナリオによってその地震動は大きく変動する. 構造物の耐震設計を考える場合に, これらの全ての地震動を考慮することは困難な場合が多く, 何らかの方法によって適切な波形を抽出することが望まれる. この時に例えば弾性加速度応答スペクトルを対象として全波形の平均的な応答を示す波形を抽出した場合, 構造物が非線形挙動をした場合には, 抽出された波形の持つ意味が大きく変化してしまう可能性がある. これを受けて筆者らは非線形応答スペクトル適合波の作成方法について検討を行っている<sup>1)</sup>が, その収束性は十分ではなく, 実用面で課題を残している.

そこで本検討では, 地震動波形群(これを参照地震動群と考える)のウェーブレット係数を目的関数に関して最適化することで, 各波形の特徴を有しかつ非線形応答スペクトルに適合する時刻歴波形(これを設計地震動波形と考える)を合成する方法を提案する.

## 2. 設計地震動波形の合成方法

ある時刻歴波形 $y(t)$ が作用した場合の構造物の応答値を $[D(y)]$ と定義する. ここでの構造物の応答値は, 高架橋だけに限定したものではなく, 任意の構造形式の構造を含めた応答を意味する. また応答が線形であるか, 非線形であるかも問わない.

例えば複数の高架橋と盛土を対象とした場合の応答値 $[D(y)]$ は, 以下のようなベクトルで表現する.

$$[D(y)] = \begin{bmatrix} k_{hy}(\mu_1, T_1, y), & k_{hy}(\mu_1, T_2, y), & \dots & k_{hy}(\mu_1, T_k, y), \\ k_{hy}(\mu_2, T_1, y), & k_{hy}(\mu_2, T_2, y), & \dots & k_{hy}(\mu_2, T_k, y), \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{hy}(\mu_l, T_1, y), & k_{hy}(\mu_l, T_2, y), & \dots & k_{hy}(\mu_l, T_k, y), \\ \alpha \cdot \delta^b(k_{h1}, y), & \alpha \cdot \delta^b(k_{h2}, y), & \dots & \alpha \cdot \delta^b(k_{hj}, y) \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで,

$k_{hy}(\mu_i, T_k, y)$ : 固有周期 $T_k$ 秒の高架橋に時刻歴波形 $y(t)$ を入力した場合に, 応答塑性率が $\mu_i$ となるような高架橋の降伏震度

$\delta^b(k_{hj}, y)$ : 降伏震度 $k_{hj}$ の盛土に時刻歴波形 $y(t)$ を入力した場合の基準化滑動変形量 (m)

$\alpha$ : 高架橋応答と盛土応答の評価指標, パラメータ数, 重みを補正するための係数である.

続いて, 多数の時刻歴波形群の中のある時刻歴波形 $x^{(i)}(t)$ を考える. ここで $i$ は,  $L$ 個の時刻歴波形(参照地震動群)の $i$ 番目の波形であることを意味している( $i=1, 2, 3, \dots, L$ ). この波形をウェーブレット変換すると次式のように表わせる.

$$x^{(i)}(t) = \sum_{j=1}^M \sum_{k=0}^{N-1} a_{j,k}^{(i)} \cdot \psi_{j,k}(t) \quad (2)$$

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (3)$$

ここで,  $N=2^j$ である.  $\psi(t)$ はアナライジングウェーブレットであり, 今回は周波数領域でコンパクトサポートな直行ウェーブレットであるMeyerによるもの<sup>2)</sup>を用いる. この $L$ 個の時刻歴波形 $x^{(i)}(t)$ を用いて, 次式により時刻歴波形 $y(t)$ を合成する.

$$y(t) = \sum_{j=1}^M \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{j,k} \cdot \psi_{j,k}(t) \quad (4.1)$$

$$\beta_{j,k} = \sum_{i=1}^L W_j^{(i)} \cdot a_{j,k}^{(i)} \quad (W_j^{(i)} \geq 0) \quad (4.2)$$

ここで,  $W_j^{(i)}$ :  $i$ 番目の波形の $j$ 次における重み係数であり, 式(4)で評価される時刻歴波形 $y(t)$ による応答値 $[D(y)]$ が, 予め設定した目標応答値 $[D^{target}]$ に十分近くなるような重み係数 $W_j^{(i)}$ を算定することとする. また, 重み係数 $W_j^{(i)}$ が小さくなるというTikhonovの正則化法による拘束<sup>3)</sup>も与える. 具体的には目的関数を次式で定義する.

$$\varepsilon = |D^{target} - D(y)|^2 + \lambda^2 |W|^2 \rightarrow \min \quad (5)$$

ここで, 最適な正規化パラメータ $\lambda$ を算定するためには, GCV<sup>4)</sup>, Lカーブ法<sup>5)</sup>等が用いられるが, 今回は簡易的に一律の値( $\lambda=0.01$ )を用いた.

式(5)の目的関数を最適化する方法としては, 遺伝的アルゴリズム<sup>6)</sup>を用いることとした. 重み係数 $W_j^{(i)}$ の範囲は,  $0 \leq W_j^{(i)} \leq 1$ とし, これを8ビットで離散化する. GAのパラメータとして, 個体数20, 交差確率70%とする. また, 世代数1000とする. 以上の操作を初期乱数を変化させてそれぞれ独立に10回繰返し, 最終的に得られた10個の波形の中から式(5)の目的関数を最も満足する波形を抽出する.

## 3. 提案手法の適用性の確認

前章で提案した波形合成手法を実際の時刻歴波形に適用することで, 手法の有効性を確認する. 今回は, 特徴の大きく異なる2波形(兵庫県南部地震 JMA 神戸,

キーワード 設計地震動, 参照地震動, 非線形応答スペクトル, ウェーブレット変換

連絡先 〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38 (公財) 鉄道総合技術研究所 地震動力学 TEL042-573-7394

釧路沖地震 JMA 釧路 (図 1) を参照地震動として設定し、目標スペクトル $[D^{target}]$ を対象として提案手法を適用する。

目標応答値 $[D^{target}]$ は、神戸JMAの非線形応答スペクトル $RA_1(t)$ と釧路JMAの非線形応答スペクトル $RA_2(t)$ から簡易的に次式により設定した。

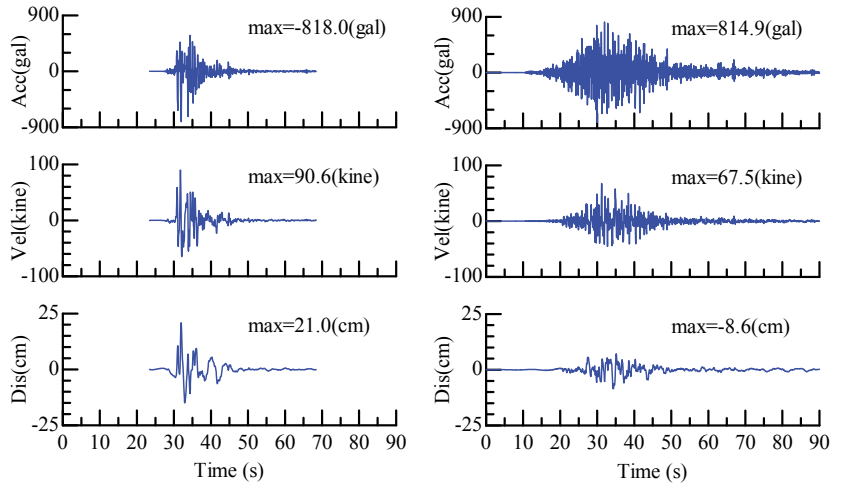
$$[D^{target}] = 0.6 \times RA_1(t) + 0.4 \times RA_2(t) \quad (6)$$

具体的なスペクトルを図 2 に赤線で示すが、これは神戸 JMA と釧路 JMA の弾性応答を 6:4 で荷重平均したスペクトルである。ここで、非線形応答スペクトルは鉄道 RC 高架橋を対象として作成する。対象とする周期は、構造物の固有周期が 0.1~5.0 秒とし、その間を対数軸で均等に 40 分割して与えた。応答塑性率 $\mu$ は、1 (弾性時) ,3,6,9 の 4 種類のスペクトルを全て用いる。

続いて最適化を実施する前に、最大加速度の出現時刻を両波形で一致させるように、時間軸を移動させている。また、最適化を行う際にウェーブレット次数  $j$  は 18 次まで考慮することとし、データ数  $N=262144$  として元波形には後続の 0 を加えている。さらに対象とする周期帯以外の成分は、応答にそれほど影響を与えないと考えられる。そこで計算を効率化させることを目的として、サポート周期として対象周期以外となるウェーブレット次数における最適化は実施しないこととし、これらの次数における重み係数は参照地震動群の数  $L$  の逆数  $1/L (=0.5)$  を固定で与えることとする。

この条件に基づきターゲットの応答スペクトルを満足する波形の探索を行った。最終的に得られた時刻歴波形を図3に、この時刻歴波形から算定される弾性加速度応答スペクトルを図2に黒線で示す。まず図2を見ると、合成された時刻歴波形は広い周期帯域において目標とする弾性加速度応答スペクトルを良好に表現していることが分かる。また、元波形の応答スペクトルは、短周期成分では釧路JMAの応答の方が大きく、長周期成分では逆に神戸JMAの方が大きくなっているが、合成波形の加速度、速度、変位波形はその傾向を適切に反映した結果となっている。

**参考文献** 1) 室野, 佐藤, 土木学会論文集, Vol.70, No.2, pp.161-175, 2014. 2) Meyer, Y., *Inverse Problems and Theoretical Imaging*, pp 21-37, 1989. 3) Tikhonov, A. N., *Ill-posed problems in the Natural sciences*, 1987. 4) Wahba, G., *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 14(4), pp.651-667, 1977. 5) Hansen, P. C., *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 11(3), pp.503-518, 1990. 6) 長尾:最適化アルゴリズム, 昭晃堂, 2000.



(a) 兵庫県南部地震 JMA 神戸 (b) 釧路沖地震 JMA 釧路  
図 1 参照地震動の時刻歴波形

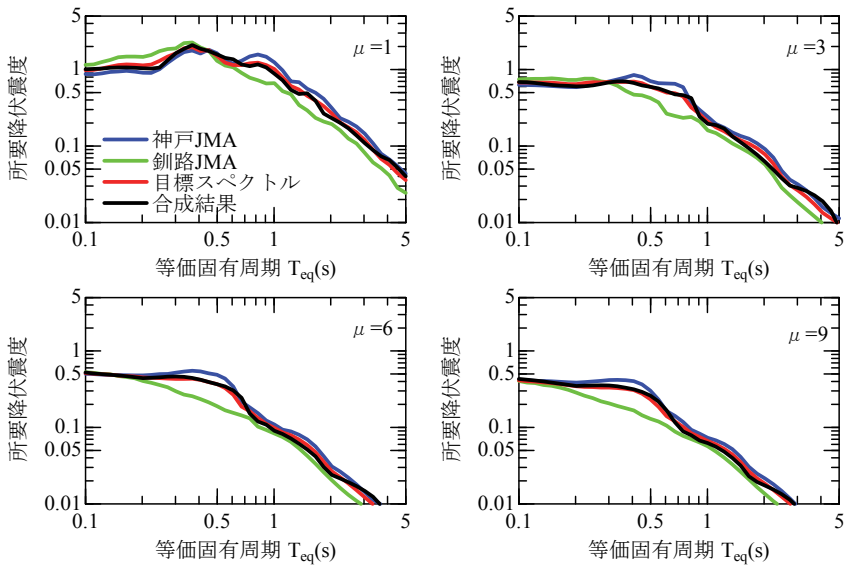


図 2 合成された時刻歴波形の所要降伏震度スペクトル (対象: 2 波形の所要降伏震度スペクトル)

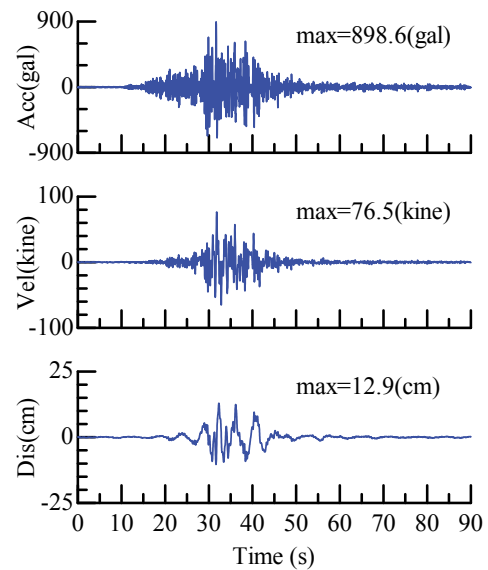


図 3 合成された時刻歴波形 (対象: 2 波形の所要降伏震度スペクトル)